



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Física
Instituto de Física

Caracterización de propiedades clásicas y cuánticas de pulsos de femtosegundos.

por

Ricardo Rojas Aedo

Informe de tesis presentado a la Facultad de Física
de la Pontificia Universidad Católica de Chile, como requisito
para optar al grado académico de Magíster en Física

Prof. Supervisor : Dr. Birger Seifert (PUC Chile)
Prof. Comité Evaluador : Dr. Miguel Orszag (PUC Chile)
Dr. Edward Arévalo (PUC Chile)

Diciembre, 2017

Santiago, Chile

©2017, Ricardo Rojas Aedo

Resumen

Este informe de tesis versa sobre propuestas hacia la caracterización de las propiedades clásicas y cuánticas de pulsos de femtosegundos, que en principio pueden ser expandidas a pocos picosegundos y a attosegundos, al menos en su sentido conceptual. El texto principalmente analizará en detalle el método de caracterización de propiedades clásicas de pulsos, basado en la mezcla no lineal de diferentes trenes pulsados, llamado FROG, reinterpretando el campo mezcla, desde una perspectiva clásica, donde se desarrolla una nueva técnica de caracterización analítica y no interferométrica llamada “VAMPIRE analítico”, y otra perspectiva cuántica, donde surge una propuesta para el análisis de las propiedades cuánticas internas de pulsos haciendo uso de esquemas tipo FROG. Por completitud en la última línea, además se comentará como generar estados cuánticos interesantes (no-coherentes), y los resultados obtenidos experimentalmente en el laboratorio, con pulsos de femtosegundos utilizando fibras ópticas.

Agradecimientos:

Este postgrado, que se extendió por un periodo de tiempo mucho más largo que el deseado, fue un proceso, desde mi perspectiva, de mucho crecimiento necesario para afrontar lo que se venga por delante, tanto en mi vida académica, laboral, como personal y familiar.

Cuando las vías están completamente cubiertas, caminar por redes no trazadas es la respuesta, la libertad como resultado y no la frustración. La mente puede ser un amigo como un enemigo, al igual que el cuerpo, y las fuerzas; quien define el detalle es el espíritu de la persona, la curiosidad más que la ambición, el modo más que el final, la calma más que el deseo. Al comenzarse un camino, resultan evidentes las tempestades, a muchos los mueve el fin, pero también se puede disfrutar de la hiedra venenosa en la apreciación, y el fuego en su majestuosidad, no hay caminos correctos ni incorrectos, sólo el algo indescriptible del ser lleva las riendas, y en su etérea existencia la piedra un ser de guía, y el camino asfaltado, quizás la caída. La persona de ciencia no debe preguntar el por que de la irracionalidad de la existencia, simplemente debe aceptarla, y dejar la metafísica a sus otras esferas, no debe ser cuestionado el por que de la vida y su desenlace, a veces la humildad debe llevarnos a aceptarla. La luz es tiniebla enceguecedora, y la sombra puede contener las herramientas para no caer no perder el camino, no dejemos llevar nuestras naturalezas por cuestiones tan poco naturales como los significados, mejor es vivir la metáfora, y así es como debe ser entendida la naturaleza y la ciencia, poética representación,

con luces, pero carente de verdad, pues de existir la verdad, ni siquiera se puede pretender su comprensión, de no existir igual hay versos bellos que nos hacen reflexionar, aún no escritos. Reconozcamos nuestra imperfección, pues en esencia la unificación del bien y del mal, del error y la corrección, la carnalidad y espiritualidad, nos hace ser, Abraxas al final del túnel, y la marca de Caín sobre nosotros, todo es Ying y Yang, y todo lo que se haga respetando nuestra naturaleza, si se deja al espíritu en libertad, fuerte y libre, será Kung Fu.

Yo no soy científico, yo me llamo Ricardo, he estudiado algunos años un poco de ciencia, y otro poco de otras cosas. He ido aprendiendo a tropiezos y carreras a ser hijo de mis padres, Ricardo Alberto Rojas Paz y María Elena Aedo Sepúlveda, hermano de mis hermanos, pecador del pecado, niño en las circunstancias, amigo en las risas. Estoy orgulloso de mis padres, y deseo ser la mitad de grandes que han sido, estoy feliz de haber compartido risas con gente extraordinaria. Las palabras, que están en las primeras páginas, pero que fueron escritas al final, deben ser simples. Deben ser una risa, un llanto, un abrazo, y una discusión. Agradezco a mis papás absolutamente todo, desde los enojos hasta las alegrías, agradezco a mis hermanos, yo el hijo único pero que la vida le otorgo muchos y muy buenos hermanos, agradezco al universo sus enseñanzas, a mi sistema los retos y guías, a mi Sifu y familia familia marcial a quien todos les debo un abrazo, por todo lo que me enseñan a diario, a mis compañeros de discusión de física y vida, y claro amigos, Profesor Birger Seifert, Daniel Pérez, Plutarco Rojas, Sergio Godoy, Manuel Álamo, Virginia Ortiz, David Valenzuela, Sergio Fuenzalida, Alexandra Gallyas, Stefano Garcia, y mi amor, amiga y confidente, por su paciencia, que fue casi infinita, Nancy Zúñiga, sólo por decir algunos, y siendo injusto con hermanos y hermanas, A quienes no Puedo mEncionar uno a uno, pues llenaría páginas merecidas si lo hiciera, hermanos de vida, y Kung Fu, familia de sangre, tíos, primos, abuelos, y amigos tan cercanos como los mencionados, pero finalmente lo que importan es el abrazo que les doy y daré a todos, los mencionados, y no, y que siempre los llevo en mi corazón.

*Muchas Gracias por todo,
su servidor
Ricardo Rojas Aedo.*

Índice

Resumen	1
Agradecimientos	2
Modo de lectura	8
1 Pulsos de femtosegundo y caracterización clásica: Un marco teórico	11
1.1 Objetivos del capítulo:	11
1.2 Pulsos de femtosegundos y sus aplicaciones	11
1.3 Primera aproximación a la caracterización de pulsos de femtosegundos: Óptica lineal	14
1.3.1 Imposibilidad de extraer información de fase usando medios lineales:	16
1.4 Técnicas de caracterización de pulsos de femtosegundos aplicando no linealidades ópticas:	17
1.5 Técnicas interferométricas: SPIDER	17
1.5.1 SPIDER	20
1.6 Técnicas no interferométricas: FROG	23
1.6.1 FROG	25
1.6.2 Otras técnicas no interferométricas: Tomografía	35
1.7 Técnicas Interferométricas contrastadas con las No Interferométricas:	39
1.8 Conclusiones de capítulo:	40

2	VAMPIRE de reconstrucción analítica; Teoría y aplicación experi- mental	46
2.1	Objetivos del capítulo:	46
2.2	Reconstrucción analítica de dos pulsos simultáneamente:	47
2.3	Caracterización del campo eléctrico de FROG	49
2.4	Separación de información: Caracterizando los pulsos originales . . .	52
2.4.1	Reobteniendo el espectro de los pulsos originales	52
2.4.2	Reobteniendo la fase de los pulsos originales	53
2.5	Unicidad VAMPIRE analítico	55
2.6	Simulaciones y aplicabilidad experimental:	57
2.7	Montaje Experimental y resultados	66
2.7.1	Interferómetro	67
2.7.2	Coincidencia en cristal no lineal y retardo temporal relativo .	69
2.7.3	Generación de espectrogramas	72
2.7.4	Resultados	74
2.8	Conclusiones del capítulo:	76
3	Generación de pulsos cuánticamente interesantes: Teoría y apli- cación experimental	80
3.1	Objetivos del capítulo:	80
3.2	Estado cuántico de la luz y detección homodina balanceada	81
3.3	Aplicación de efecto Kerr óptico para la generación de estados cuán- ticos interesantes	91
3.3.1	Uso de fibras ópticas para la generación de luz cuánticamente interesante en pulsos: Solitones	99
3.3.2	Estados comprimidos en el número de fotones en Solitones: . .	104
3.3.3	Estados comprimidos en pulsos no solitónicos:	110

3.4	Generación de luz comprimida pulsada: Montaje experimental y Resultados	111
3.4.1	Preparación de la relación de fase en el pulso:	112
3.4.2	Acoplamiento haz-fibra	114
3.4.3	Interferómetro	117
3.4.4	Detector Homodino	120
3.4.5	Resultados	121
3.5	Conclusiones del capítulo:	125
4	Caracterización de las propiedades cuánticas internas de pulsos utilizando FROG: Un nuevo enfoque al problema	129
4.1	Objetivos de capítulo	129
4.2	Introducción	130
4.3	Determinación de la estructura cuántica interna de pulsos ultra cortos utilizando métodos homodinos y su límite actual:	131
4.3.1	Detección Homodina Balanceada: Una segunda revisión	131
4.3.2	Caracterización de estructura interna de Pulsos	132
4.4	Aplicación de esquema FROG para la reconstrucción de la estructura cuántica interna de pulsos de femto segundos	145
4.4.1	Objetivos y división esquemática de la sección:	145
4.4.2	Motivación:	145
4.4.3	Interacción no-Lineal de pulsos (SFG), una perspectiva cuántica	147
4.4.4	FROG, perspectiva cuántica	152
4.4.5	Caracterización del estado cuántico usando FROG	156
4.4.6	Conclusiones del capítulo:	161

Modo de lectura:

En este parágrafo, me daré la libertad de exponer el esqueleto del informe alejado de la común jerga científica. En lo práctico, pocas veces un texto científico presenta un modo de lectura que vaya más allá de un mapa de ideas, que si bien para esta parte del texto, en el sentido simple, sí efectivamente se presentará, se usará el modo de lectura en un sentido amplio.

Para dar sentido al modo de lectura, como la posición del lector frente al texto, es necesario aclarar la motivación y la guía del escrito, o en el sentido inverso, la pregunta planteada, la forma de respuesta y su origen en la actividad científica, por lo que es necesario abordar ambos temas de una manera coherente, en un ¿para que se estudia el problema planteado? seguido de un; y ¿Qué pregunta es la se pretende responder?

¿Para que se estudia el problema planteado? La óptica ultrarápida, en pulsos de femtosegundos y attosegundos, permite reconocer dinámicas y procesos físicos que logran cuestionar la base conceptual de la física contemporánea. Los procesos moleculares son lentos en la escala de femtosegundos, y los procesos atómicos en la escala de attosegundos, de allí la motivación en la caracterización de las propiedades cuánticas y clásicas de estos pulsos, pues mientras mejores diagnósticos sean realizados, dudas más fundamentales motivarán el quehacer científico, cuestionándose el núcleo de la investigación natural y el natural avance de la labor.

¿Qué pregunta es la se pretende responder? El presente informe y tesis subyacente, más que motivado en un ¿Qué? ó un ¿Por qué?, está guiado a través de un

¿Cómo?; ¿Cómo caracterizar las propiedades clásicas y cuánticas de pulsos de femtosegundos? Y ¿Cuáles son y Cómo superar las limitaciones de estos métodos para abrir nuevos campos de experimentación y teoría? Sin embargo, este cuestionamiento surge a posteriori de la pregunta conceptual sobre lo que significa exactamente la caracterización de la propiedad buscada, en una pregunta que no acaba cuando se logra medir lo deseado, pues los resultados y limitaciones existentes, profundizan esta pregunta hasta el cuestionamiento más básico en un proceso retroalimentativo de ¿Cómo?, ¿Por qué? y ¿Qué?. Así, el presente informe, es redactado en una primera instancia, Capítulo 1, de forma plenamente conceptual en un ¿Qué es un pulso de femtosegundos? para luego entrar al cuestionamiento sobre ¿Cómo caracterizarlo?, pregunta que conlleva necesariamente a limitaciones que abre el paso campos de investigación activos; como la caracterización analítica (sin ambigüedad ni estancamientos) del perfil clásico de pulsos, donde se plantea una nueva propuesta en el Capítulo 2, y la caracterización del perfil cuántico de pulsos, entendiéndose como la generación de luz cuánticamente interesante, haciendo uso de las propiedades de alta intensidad de pulsos, en el con un montaje experimental aplicado en el Capítulo 3, o entendiéndose como la caracterización de cada subdivisión de un pulso con una estructura temporal donde se puede distinguir un tramo de otro, en una propuesta en el Capítulo 4. De esta manera, la invitación al lector es a la comprensión del concepto de pulso en el Capítulo 1, donde se desarrollarán las herramientas para que pueda este comprender en principio cualquiera de los capítulos posteriores, buscándose así que cada capítulo, en suma con el capítulo 1, sea autocontenido, también en sus conclusiones, salvo por posibles y explícitas referencias dentro del informe a otros capítulos, y en menos medida a artículos que aporten algo interesante a la discusión.

Sin lugar a dudas, este informe carece, por problemas de tiempo en su desarrollo, de un capítulo dedicado a aplicaciones, por ejemplo, hacia el diagnóstico de materia condensada fuera del equilibrio, que puedan poner en cuestión el horizonte y núcleo del programa de investigación científico contemporáneo, y al menos una caracteri-

zación experimental de las propiedades cuánticas internas con las ideas desarrolladas, pero será trabajo arduo, de los próximos meses al menos en su reflexión, con fin de lograr todos los objetivos auto-planteados cuando ingresé al magíster.

Ricardo Rojas Aedo

Capítulo 1

Pulsos de femtosegundo y caracterización clásica: Un marco teórico

1.1 Objetivos del capítulo:

En el presente capítulo de carácter introductorio, se definirá un pulso de luz desde los conceptos requeridos para la caracterización, u obtención del perfil y fase temporal y espectral del campo que conforma el pulso. Además se comenzará con una explicación breve sobre las técnicas de caracterización más importantes de pulsos existentes, con sus limitaciones y ventajas, dejando en claro la aún incompletitud de las técnicas actuales.

1.2 Pulsos de femtosegundos y sus aplicaciones

Una onda monocromática propagándose en un medio o en el vacío, tiene fundamentalmente, en una posición determinada, una intensidad constante en el dominio temporal. Si a esta onda le es sumada con una misma dirección de propagación

nuevas ondas de distintas frecuencias, sucede un efecto de modulación que cambia el comportamiento de la señal revistiéndolo de una estructura temporal diferente a la constante como se ve en la Figura 1.1.

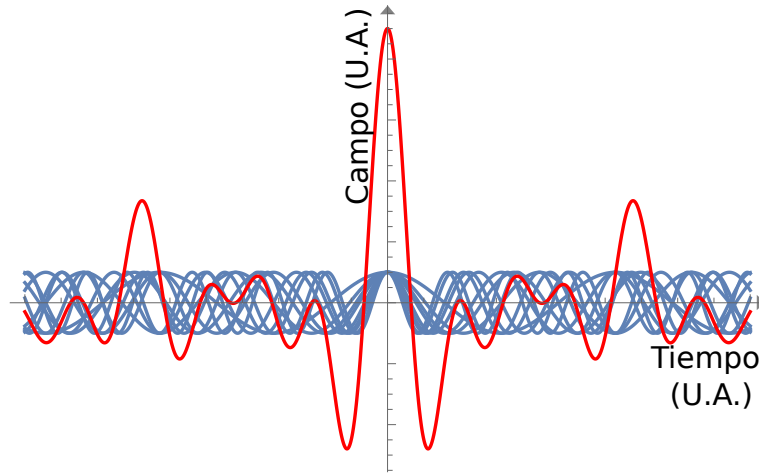


Figura 1.1: *Superposición de ondas monocromáticas formando una estructura temporal en rojo*

Así una condición pensada de manera heurística para obtener una estructura temporal pequeña del orden de femtosegundos (10^{-15} segundos), dado que la onda monocromática entrega una estructura temporal de carácter infinito, es lograr una suma de un espectro ancho, muchas ondas de distintas frecuencias, que permita modular lo más estrechamente posible la señal en el tiempo. Ahora, si bien esta condición es necesaria, no es suficiente, dado que por ejemplo; una fuente termal de luz o un LED, tienen un ancho espectral similar a un pulso visible de 10 femtosegundos, pero con estructuras continuas en el tiempo, con lo que surge la segunda condición necesaria para un pulso de luz, y esta es tener una relación de fase constante entre sus componentes espectrales, y no aleatorias como las provenientes desde una fuente termal o LED. De hecho, esta relación de fases entre componentes espectrales para la obtención de pulsos cortos, no debe ser únicamente constante, si no que además adecuada, pues, dado un ancho espectral si la relación de fase es constante o cero todas las componentes espectrales interferirán constructivamente en un mismo punto

de tiempo, logrando el pulso más corto posible con un ancho espectral determinado. Mientras que si las fases tienen relaciones más complejas interferirán constructivamente en distintos puntos de tiempo, logrando pulsos más largos, como se muestra en la Figura 1.2.

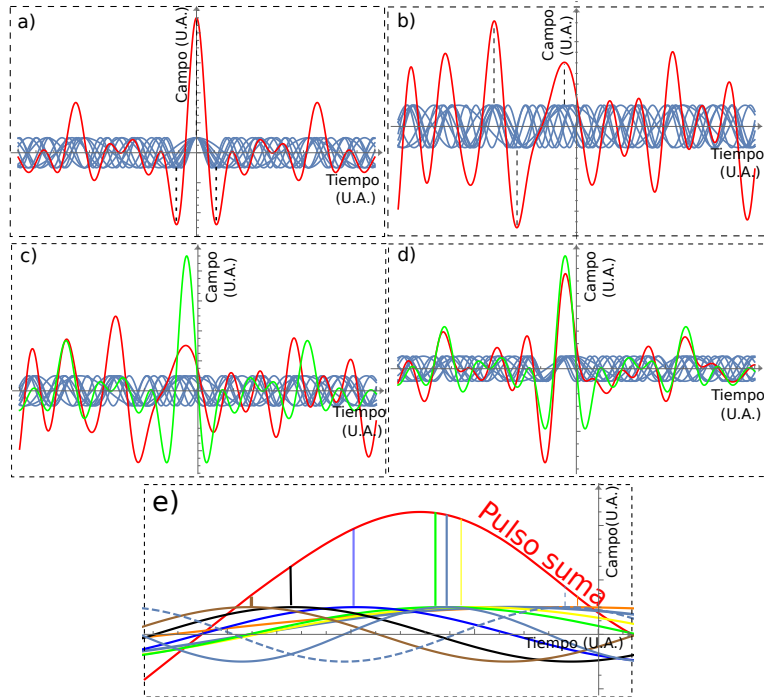


Figura 1.2: Mezcla de ondas con relaciones de fase distintas, en a) mezcla de ondas monocromáticas con relación de fase que permite una máxima interferencia constructiva demarcados con líneas punteadas, en b) desfase entre ondas que permite máximos no óptimos demarcados por líneas punteadas. En c) y en d) distintas relaciones de fase son comparadas con la mezcla de a), en c) la relación de fase no permite visualizar de manera simple un monte preferente, y en d) la relación de fase permite mostrar un monte con forma distinta y mayor ancho a la curva óptima. Por último en e) se muestra para un pulso suma con ondas monocromáticas en desfase marcando la máxima contribución de cada onda, de manera de representar gráficamente la distribución temporal, ó espacial en un sentido laxo, de la frecuencia en el pulso, que da sentido a la función $\omega(\tau)$, y al concepto de chirp como ampliación, que se introducirán más adelante.

Así la obtención de un pulso corto depende de un espectro ancho ($I(\omega)$) y una relación de fase adecuada ($\Phi(\omega)$) y no aleatoria, que es lo que compone desde esta primera perspectiva clásica al pulso completamente en el dominio espectral $\sqrt{I(\omega)} e^{i(\Phi(\omega))}$, o en el dominio temporal haciendo su transformada de Fourier $\sqrt{I_{temp}(t)} e^{i(\Phi_{temp}(t))}$. Las relaciones de fase espectral o lineal pueden tener cierta estructura; del tipo lineal $\Phi(\omega) = a\omega + cte$, cuadrática $\Phi(\omega) = a\omega^2 + b\omega + cte$, y de cualquier orden. Estas relaciones de fase afectan el largo temporal del pulso además, por ende, de la distribución de las frecuencias en él, como se ve en la Figura 1.2 c) y d).

Los pulsos de femtosegundo, dada su corta duración temporal y ancho espectro, son útiles para acceder a estudiar dinámicas tiempo resueltas de reacciones químicas (femtoquímica) [1], dinámica electrónica en sólidos vía la espectroscopía de femtosegundos [2], debido a su coherencia, que los osciladores de pocos femtosegundos deben disponer para preservar la fase de manera constante, también son útiles para el control coherente de sistemas cuánticos y además, debido a la estructura que se les puede entregar utilizando sus componentes espectrales, son candidatos para aplicaciones de transmisión de información clásica utilizando fibras ópticas [3].

1.3 Primera aproximación a la caracterización de pulsos de femtosegundos: Óptica lineal

Un pulso de luz de femtosegundos, o en general cualquier pulso generado por mecanismos pasivos de q-conmutación (Q-Switching) como modelocking [4], están fundamentalmente compuestos por un espectro ancho de frecuencias y relaciones de fase entre las distintas componentes espectrales. Desde el hecho que cuando las relaciones de fase entre las frecuencias es constante, o tiene una función de fase lineal, se obtiene el pulso más corto en el tiempo con un ancho espectral definido, dependiente únicamente de la forma de la intensidad espectral como es tabulado en la Tabla 1.1, donde la medida del ancho temporal y espectral están dados por la anchura de altura

media (Full Width at Half Maximum) ;

Campo temporal	Intensidad espectral	Δt	$\Delta t \Delta \omega$
$e^{-(t/t_p)^2}$	$e^{-(\omega^2 t_p^2/2)}$	$1.177 t_p$	$\frac{0.2205}{\pi}$
$sech(t/t_p)$	$sech^2(\pi \omega t_p/2)$	$1.763 t_p$	$\frac{0.1575}{\pi}$
$\frac{1}{1+(t/t_p)^2}$	$e^{-2 \omega t_p }$	$1.287 t_p$	$\frac{0.071}{\pi}$

Tabla 1.1: Relación del ancho temporal con el anchos espectrales para distintas formas de pulsos

Así entonces, considerando las limitaciones que implican el ancho espectral definido de un pulso, que depende del medio por el cual fue generado, las características temporales del pulso estarán además determinadas por la fase espectral que relaciona las frecuencias que lo componen, y que se relacionan con el dominio temporal a través de la transformada de Fourier. Así la caracterización de un pulso estará completamente definida por la intensidad espectral y la fase espectral de un pulso ó por los mismos en el dominio temporal. Por lo que la pregunta sobre la caracterización de un pulso debe apuntar primero hacia la *capacidad técnica* de la reobtención de información, en caso por ejemplo de interesar principalmente el perfil de la intensidad temporal; Un primer comentario sobre lograr una caracterización directa del perfil de intensidad temporal en pulsos de femtosegundos a través de medios electrónicos como osciloscopios, es mencionar que aún es imposible, siendo posible en la actualidad como límite inferior la caracterización de pulsos de decenas de picosegundos a través de este medio [5], por lo que de ser posible la caracterización de pulsos de femtosegundos, sólo sería a través del dominio espectral, y será el enfoque de la discusión en ésta y la próxima sección.

Consecuente a lo anterior, una condición necesaria para determinar la posibilidad de caracterizar el perfil temporal de pulsos de femtosegundos, es delimitar la capacidad de obtener por tanto la intensidad espectral y la fase espectral de un pulso de femtosegundos; Respecto del primer punto, para la obtención de la intensidad es-

pectral, basta un espectrómetro, que gracias a su red de difracción desacopla, casi perfectamente, el pulso en señales de rango espectral más pequeñas, las cuales son medidas en intensidad obteniéndose una función $I(\omega)$ bien definida. Sin embargo, respecto del segundo punto, fase espectral, se deben hacer ciertas consideraciones como la forma en que se intenta reobtener esta información, pues se demostrará en lo que sigue la imposibilidad de extraer ésta utilizando sólo medios lineales, por lo que la siguiente sección tratará sobre consideraciones para lograr la caracterización utilizando medios no lineales a través de técnicas con distintos enfoques.

1.3.1 Imposibilidad de extraer información de fase usando medios lineales:

Cualquier proceso lineal, o respuesta lineal (R) de un dispositivo, al suponerse idéntica en cada instante de tiempo, u homogeneidad temporal del proceso, puede ser descrito por las ecuaciones;

$$E_{out}(t) = \int R(t - \tau)E_{in}(\tau)d\tau \quad (1.1)$$

$$E_{out}(t) \sim \int \tilde{R}(\omega)\tilde{E}_{in}(\omega)e^{i\omega t}d\omega \quad (1.2)$$

De los cuales experimentalmente sólo se tiene acceso a medir directamente sus intensidades, y funciones de ella, que utilizando la identidad de Parseval quedará como,

$$|E_{out}(t)|^2 \sim \int |\tilde{R}(\omega)|^2 |\tilde{E}_{in}(\omega)|^2 d\omega \sim \int |R(t - \tau)|^2 |E_{in}(\tau)|^2 d\tau \quad (1.3)$$

Donde se demuestra que independiente de cualquier proceso lineal al cual sea sometido un campo, dado que sólo es posible medir la intensidad, toda la información de la fase se pierde, siendo por tanto imposible la extracción de la fase, y por ende caracterización de un pulso, utilizando sólo medios lineales u óptica lineal.

Luego, dada la imposibilidad de caracterizar un pulso haciendo óptica lineal, es necesario hacer uso de métodos no lineales que serán expuestos en la próxima sección.

1.4 Técnicas de caracterización de pulsos de femtosegundos aplicando no linealidades ópticas:

Como fue demostrado en la sección anterior, la información de la relación de fase espectral no se puede obtener sólo utilizando medios lineales. De aquí que distintas formas y esquemas de aplicar las no linealidades ópticas [11] han sido propuestas, siendo divisibles en técnicas basadas en interferometría representadas fundamentalmente por técnicas como SPIDER (Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction)[6], y técnicas no basadas en interferometría representadas fundamentalmente por técnicas como FROG (Frequency Resolved Optical Gating)[7], con distintos grados de éxito dependiendo de la situación experimental. Cuestión que será comentada luego de explicar ambos tipos de técnicas, las basadas en interferometría y las no basadas en ella.

1.5 Técnicas interferométricas: SPIDER

Los efectos de interferencia de dos ondas iguales, interferencia constructiva o destructiva, depende manera exclusiva del desfase o retraso relativo entre ellas. El mismo efecto, y de forma semejante sucede con pulsos de luz, los cuales interferirán con distinto patrón dependiendo del desfase o retraso entre ellos tal y como se aprecia en Figura 1.3.

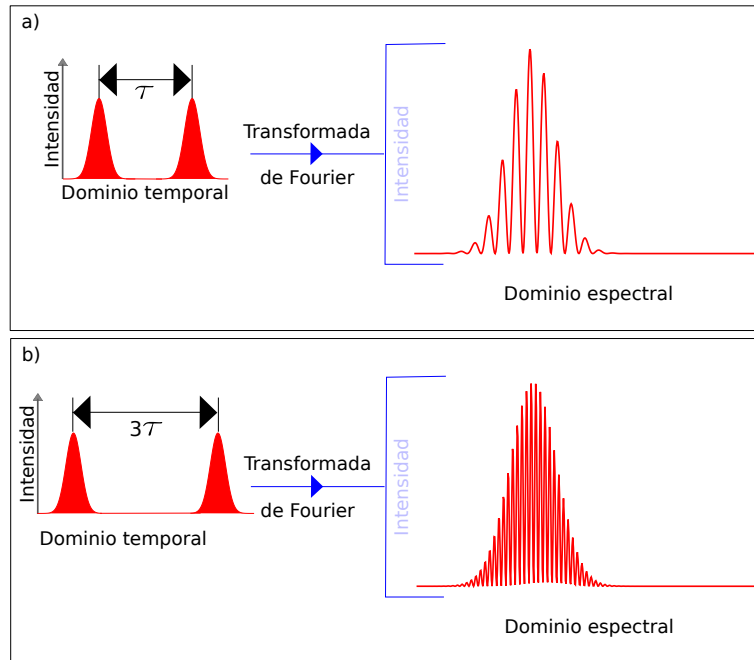


Figura 1.3: *Imagen representativa de la diferencia de patrones de franjas de interferencia logradas con pulsos idénticos pero con tiempos relativos diferencias de tiempos distintas, en a) ambos pulsos están separadas por un tiempo τ y en b) ambos pulsos se separan por tiempos 3τ*

Sin embargo este patrón de interferencia para pulsos idénticos sólo puede depender del parámetro de retraso τ , no permitiendo conocer nada sobre la relación de fase espectral de un pulso. Ahora si, los dos pulsos son idéntico salvo un corrimiento espectral en un parámetro Ω , las distintas componentes espectrales comenzarán a superponerse y comenzarán a relacionarse las distintas fases de distintas frecuencias (ver Figura 1.4), logrando así acceder a la información de la relación de fase espectral.

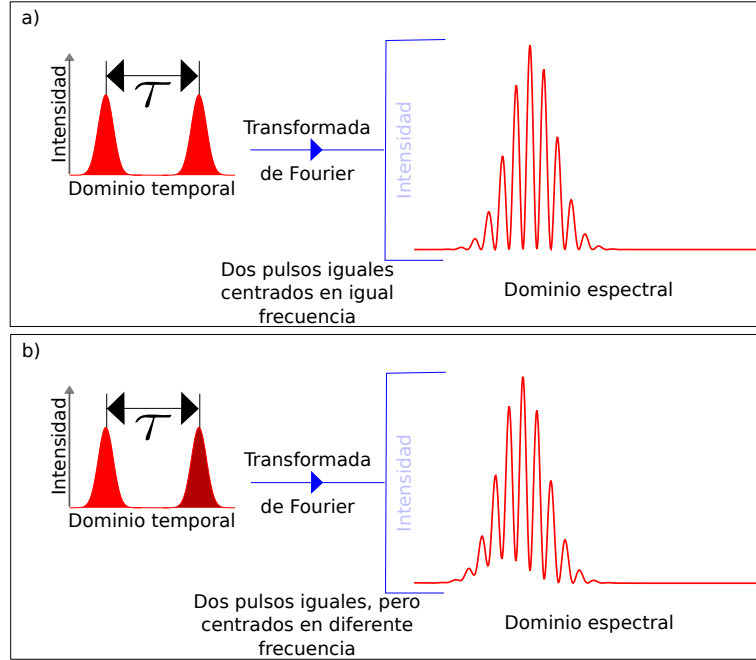


Figura 1.4: Imagen representativa de la diferencia de patrones de franjas de interferencia logradas con pulsos similares pero centradas en frecuencias diferentes, en a) ambos pulsos tienen igual frecuencia central y en b) diferentes pero próximas

Matemáticamente esto se puede entender de la siguiente manera. El campo sin desplazamiento y con desplazamiento espectral están dados por $\sqrt{I(\omega)} \exp i\Phi(\omega)$ y $\sqrt{I(\omega + \Omega)} \exp i\Phi(\omega + \Omega)$ respectivamente. Así, al ser sumados y medida la intensidad resultante se obtiene una función espectral $S(\omega)$ dada por:

$$S(\omega) = I(\omega) + I(\omega + \Omega) + \sqrt{I(\omega)I(\omega + \Omega)} \cos(\Phi(\omega) - \Phi(\omega + \Omega) + \omega\tau) \quad (1.4)$$

Donde el término $\omega\tau$ representa un también posible retardo temporal parametrizado por τ . Se puede notar de (1.4) que si $\Omega = 0$, vale decir, no existe tal desplazamiento espectral, la función de intensidad medida luego de la interferencia $S(\omega)$ no tendrá ninguna información sobre la fase espectral, pues simplemente se cancelan dentro del coseno. Mientras que si $\Omega \neq 0$ la información se mantendrá y se tendrá acceso por ejemplo al gradiente de la fase espectral. Este desplazamiento espectral requiere

necesariamente ser realizado vía una interacción no lineal, y es la propuesta en la que se basa SPIDER.

1.5.1 SPIDER

Desde la perspectiva de las técnicas interferométricas expuestas, la base para obtener información de la relación de fase espectral es hacer un desplazamiento controlable en frecuencias bien definidas, o de manera más general, generar una diferencia espectral parametrizada por una frecuencia Ω . En este sentido, es necesario tener fuentes monocromáticas de alta estabilidad, de tal manera que el proceso de conversión sea constante, y que permitan continuidad en el rango de frecuencias, ó utilizar la alta estabilidad y ancho espectro de los pulsos a caracterizar, forzando a que sólo un pequeño rango espectral interactúe con el pulso a caracterizar, de tal manera que Ω esté bien definido. Esta última condición se puede lograr utilizando la alta resolución espacial de pulsos de femtosegundos la cual es del orden de micrómetros, y el hecho que relaciones de fase como la cuadrática redistribuyen el pulso en el tiempo, ensanchándolo y además redistribuyendo las frecuencias a lo largo del pulso, en el mismo sentido de la Figura 1.2 e). Así C. Iaconis y I. A. Walmsley [6] proponen dividir el pulso a caracterizar en dos copias, una de las cuales es afectada por un medio altamente dispersivo, que genera un fuerte ensanchamiento y redistribución espectral, mientras la otra es nuevamente dividida en dos copias las que se propagan con un retardo relativo entre ellos, para luego ser mezclados en un medio no lineal en un proceso de suma de frecuencias (SFG)[11], tal y como se puede ver en Figura 1.5

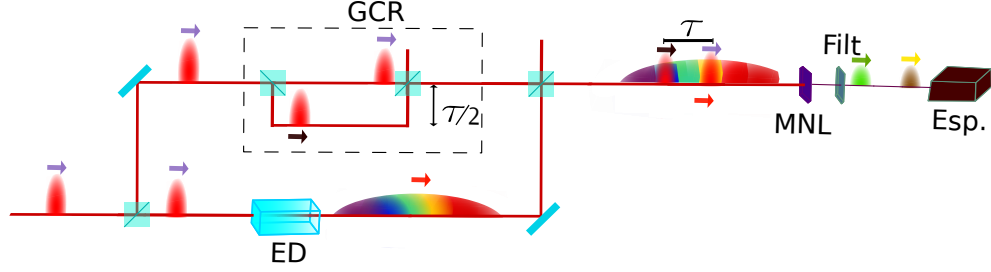


Figura 1.5: Esquema representativo de SPIDER; con τ un retardo estático, MNL un medio no lineal, ED elemento dispersivo, GCR generador de copia retardada, Filt un filtro espectral y Esp un espectrómetro

Así cada pulso se combina con componentes espectrales diferentes y casi monocromáticos, generándose una diferencia de frecuencia controlable por el retardo τ entre las copias, como se ve en Figura 1.6

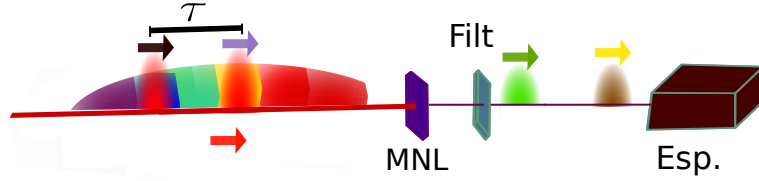


Figura 1.6: Mezcla de pulsos con componentes casi monocromáticos controlable a través de un retardo relativo τ

La reobtención de la fase a partir de la información extraída de esta forma, se basa en el algoritmo de Takeda [8], donde se hace uso del comportamiento continuo y oscilante presente en la función intensidad de interferencia $S(\omega)$ dada por (1.4), donde la parte continua está dada por $I(\omega) + I(\omega + \Omega)$ y la oscilante por $\sqrt{I(\omega)I(\omega + \Omega)}\cos(\Phi(\omega) - \Phi(\omega + \Omega) + \omega\tau)$, de manera que; La transformada de Fourier a la función $S(\omega)$ al dominio temporal, quedará dado esquemáticamente por;

$$\tilde{S}(t) = \tilde{E}^{DC}(t) + \tilde{E}^{AC}(t - \tau) + \tilde{E}^{-AC}(t + \tau) \quad (1.5)$$

Donde DC hace referencia a la componente continua y AC a la alterna oscilante, y donde se ha distinguido además un AC negativo y uno positivo, que refieren a

$$\tilde{E}^{\pm AC}(t - \tau) = \mathcal{F} \left(\sqrt{I(\omega)I(\omega + \Omega)} e^{\pm i(\Phi(\omega) - \Phi(\omega + \Omega) + \omega\tau)} \right) \quad (1.6)$$

Aquí es posible filtrar una de las componentes alternantes además de las continuas, quedando sólo con la información de una función con un comportamiento exponencial oscilante, la cual es devuelta al dominio espectral en forma de una función $D(\omega, \Omega) = \sqrt{I(\omega)I(\omega + \Omega)}e^{i(\Phi(\omega) - \Phi(\omega + \Omega) + \omega\tau)}$, que en su argumento complejo contiene la información del gradiente de la fase espectral además de una componente irrelevante de oscilación dada por el producto $\omega\tau$. Sin embargo, esta oscilación $\omega\tau$ es precisamente la que permite acceder a un patrón de interferencia cuando no existe diferencia espectral relativa entre las dos copias ($\Omega = 0$), por lo que puede ser considerado como una señal de calibración, sobre la cual será conocido el gradiente de la fase. Posterior a este proceso de selección, en el marco del algoritmo Takeda, se hace necesario definir una función $\theta(\omega)$ igual al argumento (*arg*) del producto entre $D(\omega, \Omega)$ y $D(\omega, 0)$.

$$\theta(\omega) = \arg(D(\omega, \Omega)D(\omega, 0)) \quad (1.7)$$

$$\theta(\omega) = \Phi(\omega) - \Phi(\omega + \Omega) \quad (1.8)$$

donde la reobtención de la fase desde este gradiente, es accesible vía aplicación de técnicas de integración numérica como principio de trapecio [9] sobre el cual se considera el salto entre las frecuencias y el valor de la función en ese trecho;

$$\Phi(\omega_N + \frac{\Omega}{2}) \approx - \sum_{i=0}^N \frac{\omega_{N-1} - \omega_N}{2\Omega} (\theta(\omega_N) + \theta(\omega_{N-1})) \quad (1.9)$$

Así SPIDER extrae la información de la fase de un pulso de una manera no iterativa y sin ambigüedad posible, a excepción, en un tema que se considerará aparte por simplicidad, de pulsos con saltos espectrales, sobre el cual todos los métodos tienen problemas de origen, y que se abordará con mayor profundidad en el siguiente capítulo. Por lo que permite en general la caracterización completa de un pulso de femtosegundos de manera exitosa.

Con distintos montajes dependiendo de la aplicación de deseada, SPIDER posee diversas variantes que siguen el esquema básico aquí expuesto y que pueden ser revisados en [9]

1.6 Técnicas no interferométricas: FROG

Mientras la perspectiva que se plantea desde la aplicación de técnicas interferométricas hace uso de la relación entre el patrón de franjas y la fase espectral de un pulso cuando es interferido consigo mismo luego de un desplazamiento de una copia en la frecuencia (1.4). La perspectiva no interferométrica de FROG, hace uso de las distintas distribuciones temporales, o espaciales, de frecuencias en un pulso bajo distintas funciones de fase, tal y como fue visto en la sección 1.2 y ejemplificado por la Figura 1.2 e). Así por ejemplo, barriendo en un medio no lineal, a través ya sea de un proceso de suma de frecuencias (SFG) o diferencia de frecuencias DFG, etc. [11] con un pulso mucho más corto que el que se desea estudiar, basta con medir el espectro del pulso convertido para determinar como se distribuyen las frecuencias angulares a lo largo del pulso a estudiar, en una función $\omega(\tau)$, con τ un parámetro temporal (o de ubicación espacial longitudinal) en el pulso, que permite determinar la fase temporal del mismo, a través de la relación $\omega(\tau) = d\phi(\tau)/d\tau$ (derivada desde una serie de Taylor de la fase temporal, donde el término constante no tiene relevancia física), caracterizada tal y como se explica en Figura 1.7. Desde donde se puede considerar al pulso más corto como un elemento que separa, filtra, componentes del pulso más largo, vale decir, sirve como compuerta (gate), para obtener la resolución del espectro del pulso ancho con fin de obtener la caracterización.

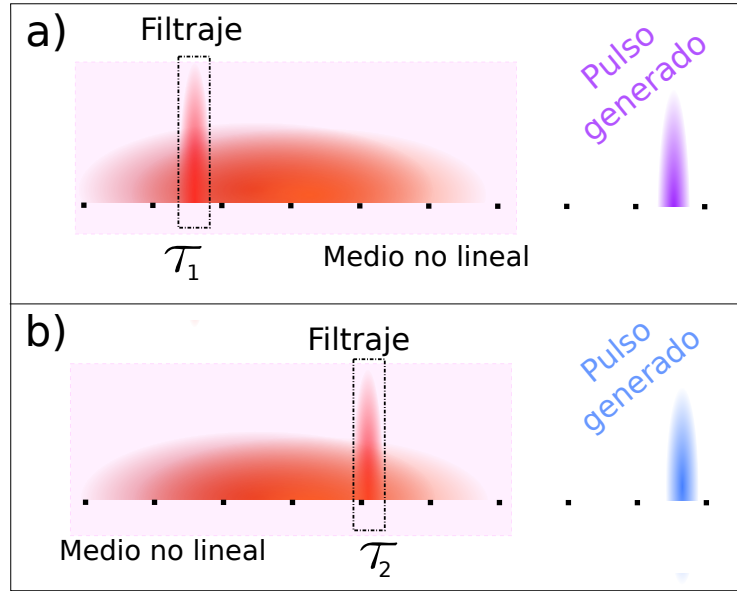


Figura 1.7: *Figura representativa de la obtención de la función $\omega(\tau)$ para el pulso largo, donde ω es determinado indirectamente a través de la frecuencia generada en el medio no lineal, equivalente a la mezcla de frecuencia central del pulso corto y la frecuencia central del segmento considerado, para distintos retardos relativos τ_1 y τ_2 entre los pulsos, de manera que se puede caracterizar el pulso largo y su fase, si es medido un continuo de este tiempo de retardo relativo, determinando $\omega(\tau)$ completamente.*

Sin embargo, obtener otro pulso más corto que el que se desea estudiar, es experimentalmente complejo y hasta en ciertos casos imposible, ya que se requiere que ambos pulsos tengan la misma tasa de repetición (que depende del proceso y tipo de oscilador que genere el pulso) dada la condición de encuentro en un medio no lineal, pues de ser diferente dicha tasa, aun cuando sea cercana, experimentalmente el τ , que define la posición relativa entre los pulsos, y sirve de parámetro de la función $\omega(\tau)$, quedará mal definido, siendo imposible reobtener la fase espectral. Así se motiva FROG, técnica de caracterización no interferométrica, que utiliza otro pulso similar en largo temporal para esquematizar el cambio de frecuencia a lo largo del

pulso.

1.6.1 FROG

La base para obtener la fase espectral desde la perspectiva no interferométrica, es utilizar la distribución de frecuencias a lo largo de un pulso que es consecuencia de la fase espectral que el pulso posee. Para ello, y debido a las posibilidades experimentales que se encuentran en los laboratorios, se utiliza un pulso similar en duración temporal que interactúe con el pulso a caracterizar en un medio no lineal, de manera tal de cambiar el retardo relativo entre ellos para obtener la distribución temporal, o espacial, de las frecuencias, tal y como se ve en la Figura 1.8, que continúa con la analogía de pulso compuerta;

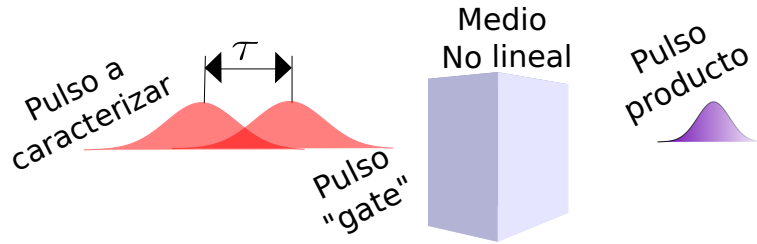


Figura 1.8: *Figura representativa de mezcla de dos pulsos de manera de generalizar las nociones de la Figura 1.7, a través de un pulso a caracterizar y un pulso compuerta (gate) de similar ancho temporal y con un continuo de retardos temporales relativos entre ellos τ , para generar un pulso producto mezcla de ambos en un medio no lineal.*

Luego, toda la información sobre la fase se encuentra por ende en una función que a cada retardo asigna una intensidad espectral del campo generado después del proceso no lineal. Esta intensidad separada espectralmente y que contiene un continuo completo de retardos relativos entre los pulsos, es llamada Espectrograma $I(\Omega, \tau)$ dado por, salvo por constantes dependientes del proceso linealidad y constantes físi-

cas que se omitirán en esta y siguientes ecuaciones de este tipo;

$$I(\Omega, \tau) = \left| \int E(t)G(t - \tau)\exp(i\Omega t) dt \right|^2 \quad (1.10)$$

Donde $E(t)$ es el pulso a caracterizar en el dominio temporal y $G(t - \tau)$ es el pulso compuerta (gate) en el dominio temporal, donde se hace explícito el retardo relativo dado por τ . Esta función se puede además escribir con los pulsos en el dominio espectral, haciendo transformadas de Fourier de cada pulso independientemente,

$$I(\Omega, \tau) = \left| \int \tilde{E}(\omega)\tilde{G}(\Omega - \omega)\exp(i\omega\tau) dt \right|^2 \quad (1.11)$$

esta función $I(\Omega, \tau)$ se ve gráficamente como en Figura 1.9;

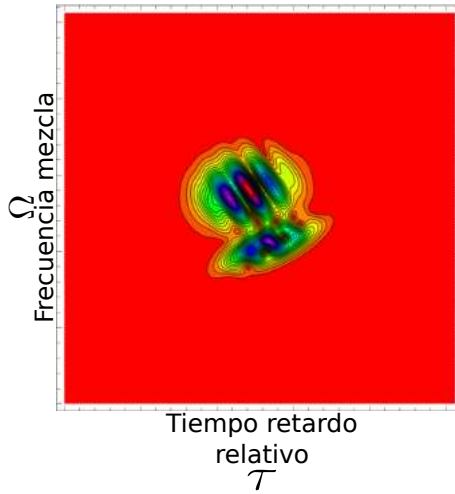


Figura 1.9: Forma de un espectrograma genérico como curva de nivel de dos variables, resolución en frecuencia (Ω) de un pulso mezcla para ciertos retardos relativos (τ), de ahí los nombres de los ejes propuestos

Dado que el campo producido en el medio no lineal será función tanto del pulso del cual se desea obtener caracterización como del pulso compuerta (Gate), y considerando además que el retardo es sólo relativo, por lo que el pulso recorrido puede ser el compuerta y el que se desplaza puede ser del cual se requiere caracterizar, surgen dos perspectivas; una de ellas es que sólo exista un pulso desconocido, y la otra, que ambos sean desconocidos y por tanto se puedan determinar simultáneamente, dada la simetría que otorga lo relativo del retardo.

FROG con sólo un pulso desconocido:

En el contexto de la caracterización de pulsos utilizando FROG que requiere en la interacción de dos pulsos, la expresión, con sólo un pulso desconocido, puede ser entendido de dos formas; que ambos pulsos son iguales o copias, ó que uno de los pulsos está completamente determinado mientras el otro no.

La primera forma de entender este problema permite en general la reconstrucción de pulsos de femtosegundos sin necesidad de más información que el espectrograma, utilizando una proyección generalizada (en el mismo sentido que el de la sección 1.6.1, con la restricción de pulsos iguales, eliminando la condición de conocer el espectro), y por ende no teniendo ninguna información a priori respecto de la fase. Un método con estas características es llamado second harmonic generation FROG (SHG FROG), o FROG de segundo armónico [10].

La segunda, si bien requiere de información de fase de uno de los pulsos, y por ende una caracterización previa, permite dada la interacción no lineal entre los campos, reconstruir el campo desconocido aún cuando la intensidad de campo de interés sea muy bajo como para que la señal del proceso no lineal necesario en una caracterización directa (SHG FROG o SPIDER) sea del orden del ruido; esta nueva libertad se debe a que el campo no lineal producido será proporcional al producto de los campos, por lo que es posible utilizar uno muy intenso de otra procedencia para amplificar la señal de interés. Otra posible aplicación de utilizar un pulso conocido y hacerlo interactuar con el pulso a caracterizar es variar la frecuencia de la señal que provendría de una caracterización directa dada por el segundo armónico en un SPIDER o SHG FROG que puede estar en rangos espectrales de complicada detección, como UV o Infrarrojo lejano, esta libertad es posible gracias a distintos procesos no lineales que pueden ser llevados a cabo como de suma de frecuencias (SFG) o diferencias de frecuencias (DFG), y la libertad que el pulso compuerta esté en cualquier rango espectral [11]. Esta técnica que ocupa un pulso conocido para caracterizar otro desconocido es denominado X-FROG [12] debido a la aplicación de

la correlación cruzada (Cross correlation) entre los campos.

FROG con dos pulsos desconocidos:

Utilizar la correlación cruzada entre campos a través de medios no lineales, logra solucionar ciertas complicaciones experimentales que ni SPIDER ni SHG FROG pueden resolver; como bajas intensidades en el campo a caracterizar además de poder cambiar la frecuencia de la señal detectada para evitar zonas espectrales de difícil detección. Sin embargo, en ciertas situaciones experimentales es necesario que un único esquema de caracterización de pulsos permita, sin conocimiento a priori de la fase espectral de alguno de los dos pulsos diferentes y desconocidos, caracterizar ambos campos simultáneamente, para lo que han surgido esquemas como Blind FROG (o FROG ciego debido a la ausencia de información respecto a los pulsos) y VAMPIRE.

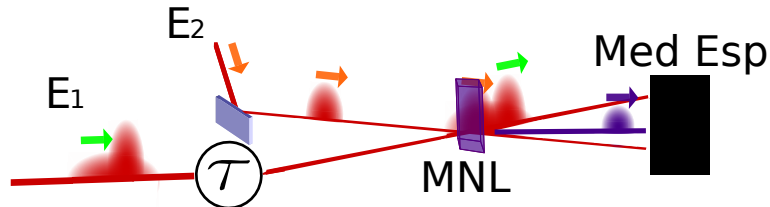


Figura 1.10: *Esquema funcionamiento DB-FROG; Con E_1 y E_2 pulsos diferentes y desconocidos, τ un retardo dinámico para escanear un pulso con el otro en un medio no lineal (MNL), y donde toda la información es registrada vía una medición espectral (Med Esp), donde para el rayo violeta producido por la mezcla de los pulsos se genera una estructura bidimensional llamada espectrograma.*

- *Blind FROG:* Se basa en la correlación cruzada de dos pulsos desconocidos diferentes contenida en un espectrograma, representada experimentalmente en su generación por la Figura 1.10, además de utilizar para la reconstrucción completa, el espectro de los pulsos [13] en un proceso iterativo de proyección generalizada que será presentada en la sección 1.6.1. Este proceso iterativo

cuando llega a converger resulta ser efectivo en la reconstrucción de pulsos para una amplia gama de pares de señales, siendo exitoso en la mayor parte de sus aplicaciones.

Sin embargo, Blind FROG presenta problemas de ambigüedades no triviales en la caracterización de las fases de los pulsos a caracterizar, lo que no permite determinar de manera exacta los pulsos requeridos. Este hecho va como sigue:

Problemas de centro simetría en Blind FROG: Desde la ecuación (1.11) un espectrograma para Blind FROG puede ser escrito como (1.12), o como (1.13),

$$I(\Omega, \tau) = \left| \int \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp(i\omega\tau) dt \right|^2 \quad (1.12)$$

$$I(\Omega, \tau) = \left| \int G(\Omega, \omega) \exp(iP(\Omega, \omega)) \exp(i\omega\tau) dt \right|^2 \quad (1.13)$$

Donde $G(\Omega, \omega) = |E_1(\omega)||E_2(\Omega - \omega)|$ y $P(\Omega, \omega) = \Phi_1(\omega) + \Phi_2(\Omega - \omega)$ con $\Phi_1(\omega)$ y $\Phi_2(\Omega - \omega)$ las fases de los campos $E_1(\omega)$ y $E_2(\Omega - \omega)$ respectivamente.

Si la función $I(\Omega, \tau)$ muestra simetría en τ respecto de un τ_0 . La función contenedora de la información de la fase $P(\Omega, \omega)$ puede ser reemplazado por $-P(\Omega, \omega) - 2\omega\tau_0 + C$ y conservar sin cambio el espectrograma Blind FROG, siendo imposible distinguir independientemente del algoritmo utilizado las fases de los pulsos de manera correcta, aún cuando se disponga del espectro de ambos pulsos dado que $G(\Omega, \omega)$ se mantiene constante [14]. Similarmente ocurre si $G(\Omega, \omega)$ muestra una simetría en ω respecto un ω_0 , para el cual no se puede distinguir entre $P(\Omega, \omega)$ de $-P(\Omega, \omega)(2\omega_0 - \omega) + c$ [14]. Esta ambigüedad genera problemas en la caracterización de Blind FROG, como se ve en la Figura 1.11, y que en la literatura es denominado de centro simetría.

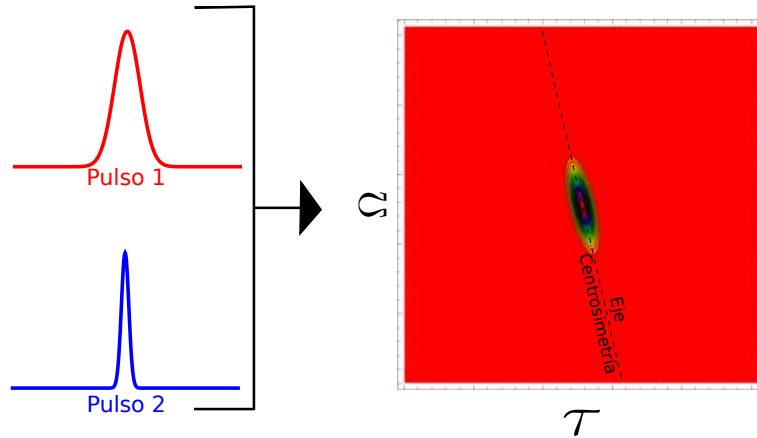


Figura 1.11: Espectrograma centrosimétrico generado por un par de pulsos diferentes en un Blind FROG. Explicito queda el eje de centrosimetría

- *VAMPIRE*: La eliminación de cualquier tipo de ambigüedad para Blind FROG se basa en evitar cualquier tipo de espectrograma centrosimétrico, para ello se propone una técnica que genere siempre espectrogramas sin centrosimetría, que va como sigue; Un espectrograma contiene *en principio* la información de la distribución temporal, o espacial longitudinal, de las frecuencias en un pulso, la cual se relaciona con la relación fase, la función de distribución $\omega(\tau)$, también denominada en la literatura como chirp en un sentido más amplio como como la desviación de un pulso carente de fase temporal, $(d\phi(t)/dt$, distribución de la fase temporal) de un pulso. Luego, dos pulsos con idéntico espectro pero con distinta relación de fase, ó chirp, tendrán distintos espectrogramas, por lo tanto, con distinto eje de simetría en caso de tenerlo. Así, una técnica general propuesta por Seifert y Stolz [15] para obtener espectrogramas sin centrosimetrías, es utilizar un pulso, generar una copia de él y afectarla con una fase cuadrática, obteniendo de este modo *un espectrograma* que contenga dos sub-espectrogramas: uno que sería el espectrograma corriente, de los dos pulsos a caracterizar, y el otro, el espectrograma generado desde un pulso sin modificar y otro al cual se le ha agregado una relación de fase, y por tanto un chirp, tal y como se ve en la Figura 1.12;

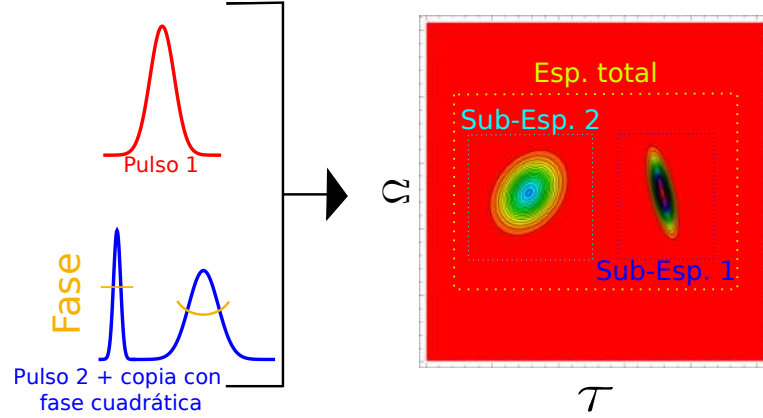


Figura 1.12: Esquema para la generación de dos sub-espectrogramas que generan un espectrograma total nuevo por medio de la copia y anexión de una nueva fase en uno de los trenes de pulso, de manera que si uno de los sub-espectrogramas tiene Centrosimetrías, como Sub-Esp. 1 en similitud a la Figura 1.11, el nuevo Espectrograma total ya no las tendrá.

Matemáticamente, la ecuación que representa esta condición de rompimiento de centrosimetría aplicando una fase a una copia de un pulso está dada a partir de (1.14), como,

$$I(\Omega, \tau) = \left| \int G(\Omega, \omega) e^{iP(\Omega, \omega)} \left(1 + F e^{j(a\omega^2 + b\omega)} \right) e^{i\omega\tau} dt \right|^2 \quad (1.14)$$

Con F una constante que modula la proporción que representa la copia, y a el parámetro de fase cuadrática agregado al pulso y b un parámetro de fase lineal adicionado en el proceso, que normalmente son calibrados para la reconstrucción. Experimentalmente, esta fase cuadrática se agrega con un simple vidrio dispersivo como SF10, y el proceso de copia e intervención puede ser realizada utilizando un interferómetro, cuya aplicación no está asociada a la generación de interferencia si no a la generación de copias colineales, de manera que puede ser del tipo Mach-Zehnder [15], del tipo Michelson, o cualquiera que cumpla la condición. Esta técnica basada en Blind FROG sin centro simetría posible,

dada la aplicación de una fase espectral, ó por consecuencia un chirp, a una copia de uno de los pulsos a caracterizar, utilizando para la reconstrucción un proceso iterativo de proyección generalizada y los espectros de los pulsos originales, fue bautizada como VAMPIRE, Very Advanced Method for Phase and Intensity Retrieval of E-field, y carece de cualquier tipo de ambigüedad matemática posible en la estructura de su espectrograma según se analiza en [16] y en [14], cuyo esquema se muestra en la Figura 1.13, y que resulta exitoso en general para todo caso cuando el proceso iterativo llega a converger.

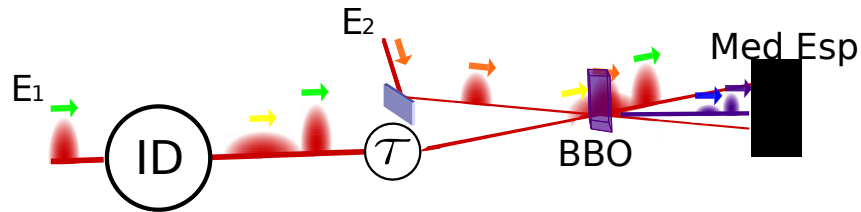


Figura 1.13: *Esquema funcionamiento VAMPIRE; Con E_1 y E_2 pulsos diferentes, ID un interferómetro con un medio dispersivo, de manera tal que genere una copia de uno de los pulso a caracterizar (flecha verde), y una copia auxiliar modificada por la incorporación de una fase (flecha amarilla), τ un retardo dinámico para escanear un pulso con el otro que sale de ID en un medio no lineal BBO, que genera un par de pulsos (flecha azul y violeta) y donde toda la información es registrada vía una medición espectral (Med Esp), donde para los pulsos de flechas violeta y azul producido por la mezcla de los pulsos se generan dos subestructuras bidimensionales acopladas en un único espectrograma.*

- Otras Técnicas basadas en espectrogramas; Desde perspectivas menos teóricas pero más prácticas, se han propuesto técnicas que hagan uso de medios χ^3 que de manera inmediata, sin preocupación de los ángulos de incidencia, sobre el medio no lineal, permitan generar un campo producto que tenga información de los campos a caracterizar. Además esta propiedad de tener interacción no lineal

del tipo χ^3 es posible de encontrar en medios económicos como Tereftalato de polietileno lo que tiene impacto en los costos de producción de estas tecnologías [17].

En el mismo marco, otra técnica que utiliza un medio χ^3 y que además caracteriza dos pulsos simultáneamente es Double-Blin FROG [18], que hace uso de dos espectrogramas por similar base teórica a VAMPIRE.

Extrayendo la fase desde los espectrogramas: Generalized Projection

Desde un esquema basado en FROG, se dispone de dos elementos, un espectrograma o dos surgidos desde el proceso no lineal, y el espectro de los campos que participan en la formación del espectrograma, que no se ven afectados por el proceso no lineal. Luego, desde la premisa, que un espectrograma sin ambigüedad no trivial, sin centrosimetría, sólo puede ser generado por un par de pulsos con espectro y fase particular, permite que un proceso de descubrir los pulsos originales de manera iterativa resulte posible, tendiendo hacia el espectrograma medido cambiando la fase de los pulsos participantes a los cuales se les conoce su amplitud espectral, y se les supone inicialmente una fase aleatoria. Para ello, y debido a que un espectrograma tiene parte en el dominio temporal, es que se deben efectuar sucesivas transformaciones de Fourier, y cambios de fase con dirección hacia la solución del problema de la reobtención de la fase [19], tal y como es reflejado en la Figura 1.14, donde lo que se desea es a partir de una fase iterativamente encontrada, minimizar el error (G) que existiría entre un espectrograma generado matemáticamente con los pulsos que el proceso iterativo resuelve, y el espectrograma medido experimentalmente, como se ve en la ecuación,

$$G = \sqrt{\int |I_{Medido}(\Omega, \tau) - I_{Reconstruido}(\Omega, \tau)|^2 d\Omega d\tau} \quad (1.15)$$

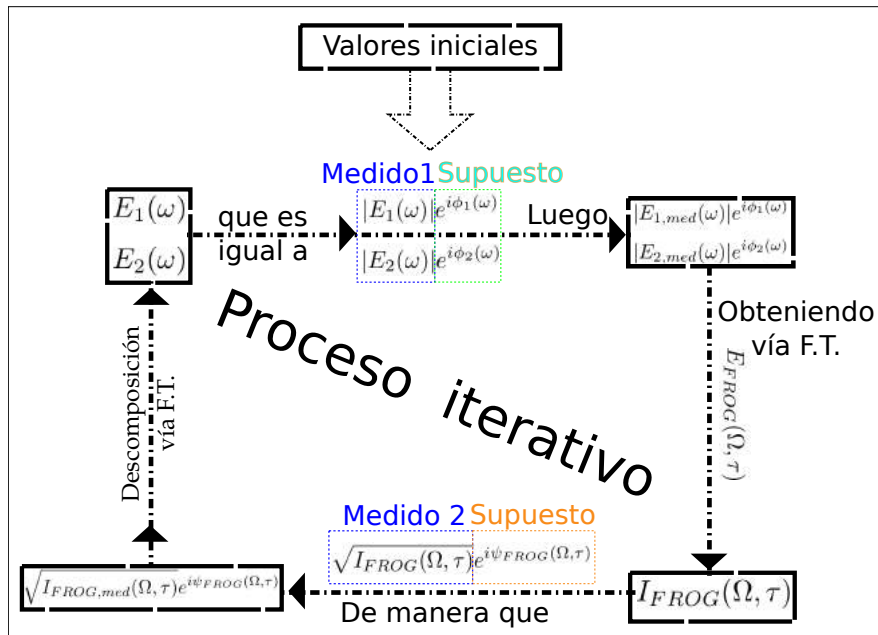


Figura 1.14: Esquema de funcionamiento de la reconstrucción de pulsos de manera iterativa utilizando proyección generalizada (Generalized Projections), utilizando transformadas de Fourier F.T. sucesivas, donde se distingue lo medido, como medido 1 y medido 2, y como se incorporan en el método, donde además hay suposiciones sobre las fases de los pulsos que inicialmente pueden ser aleatorias. En el dibujo se distingue entre dos estratos de suposición; distinguiéndose el supuesto indexado por un color verde, que guarda relación en la primera iteración con los valores iniciales, y un segundo supuesto indexado con naranja, que debe ser consistente a lo supuesto y medido en primera instancia, desde la segunda iteración en adelante, ambos supuestos pasan a tener el mismo estatus de depender de autoconsistencia del método iterativo.

Así, FROG, tiene una caracterización del campo iterativa y que depende de dos fuentes de información, pero que ha demostrado resolver problemas de alta complejidad y por ende una cierta robustez [20], y con mayor libertad gracias a la sintonización y amplificación de pulsos resultado de la correlación cruzada que permite FROG respecto de otras técnicas como SPIDER.

1.6.2 Otras técnicas no interferométricas: Tomografía

Otro enfoque para resolver pulsos no utilizando técnicas basadas en interferometría, es utilizar las relaciones que se generan entre un pulso y sí mismo al adicionar una fase temporal o espectral bien definida. Heurísticamente, si se dispone de una forma bien definida de generar una fase temporal, la forma que tendrá el pulso en el espectro variará, y esta varianza será función, de la intensidad espectral, de la fase espectral del pulso previa a someterse este cambio y la fase adicionada; similarmente ocurre cuando se adiciona una fase espectral con la distribución temporal de intensidades del pulso. Así entonces, es posible obtener a partir de la variación del pulso en intensidad espectral o temporal, según corresponda, la completa caracterización de un pulso, conociendo exactamente como fue variada su fase en el dominio recíproco. Formalmente, este método que resulta ser directo, requiere de conceptos previos como representación de Wigner-Ville, además de una reinterpretación y condiciones para fases adicionadas, según se observará en lo que sigue;

Representación cronocíclica de Wigner-Ville de un pulso

Los detectores, o arreglos de detectores, permiten acceder a información proporcional a funciones bilineales del campo eléctrico, o lineal a la función de correlación de dos campos, siendo posible una correlación consigo mismo a tiempos distintos, escrita en notación estadística, por

$$C(t, \tau) = \langle E(t)E^*(\tau) \rangle \quad (1.16)$$

Con el bracket indicando promedio temporal, o integración temporal, representando el tiempo de respuesta que requiere el detector. Similarmente en el espacio de las frecuencias

$$\tilde{C}(\omega, \Omega) = \langle \tilde{E}(\omega)\tilde{E}^*(\Omega) \rangle \quad (1.17)$$

El cual puede ser reescrito mediante la frecuencia media $\omega_c = (\omega + \Omega)/2$ y el desplazamiento de frecuencia $\Delta\omega = \Omega - \omega$, o tiempo medio $t_c = (t + \tau)/2$ y desplazamiento temporal $\Delta t = t - \tau$, respectivamente y según corresponda dado por,

$$\tilde{C}(\omega_c, \Delta\omega) = \langle \tilde{E}(\omega_c + \Delta\omega/2) \tilde{E}^*(\omega_c - \Delta\omega/2) \rangle \quad (1.18)$$

$$C(t_c, \Delta t) = \langle E(t_c + \Delta t/2) E^*(t_c - \Delta t/2) \rangle \quad (1.19)$$

La misma información de la función de correlación de dos campos es contenida en la transformación de Fourier sobre uno o ambos argumentos. Por lo que se define una función $W(t_c, \omega)$ igual en información a la función de correlación, que representa la transformación de Fourier de una variable Δt a ω ,

$$W(t_c, \omega) = \int d\Delta t \langle E(t_c + \Delta t/2) E^*(t_c - \Delta t/2) \rangle e^{i\omega\Delta t} \quad (1.20)$$

O equivalentemente desde la representación en el espacio de frecuencia

$$W(t, \omega_c) = \int d\Delta\omega \langle \tilde{E}(\omega_c + \Delta\omega/2) \tilde{E}^*(\omega_c - \Delta\omega/2) \rangle e^{it\Delta\omega} \quad (1.21)$$

Donde se puede omitir el subíndice c para ω_c y t_c , dado lo mudo de las variables.

Esta función W es conocida como la representación de Wigner cronocíclica [24],[25], la cual tiene como propiedades ser una representación tiempo-frecuencia del campo, y permite acceder a la intensidad temporal y espectral de manera directa, que omitiendo constantes físicas, puede ser escrito

$$\tilde{I}(\omega) = |\tilde{E}(\omega)|^2 \propto \int dt W(t, \omega) \quad (1.22)$$

$$I(t) = |E(t)|^2 \propto \int d\omega W(t, \omega) \quad (1.23)$$

Sin embargo, y aunque ésta función permita acceder a la información de intensidad espectral y temporal de manera directa, en general esta representación es desconocida y sólo se usa como herramienta teórica para solventar una técnica llamada tomografía.

Tomografía:

Las ecuaciones (1.22) y (1.23) pueden ser generalizadas utilizando una transformación de Radon de la siguiente manera [26], omitiendo constantes de aquí en adelante en esta sección,

$$I_\alpha = \int W(t\cos(\alpha) + \omega\sin(\alpha), \omega\cos(\alpha) - t\sin(\alpha))dt \quad (1.24)$$

Donde se puede notar que cuando $\alpha = 0$ se obtiene la intensidad espectral como en (1.22) y cuando $\alpha = \pi/2$ se obtiene la intensidad temporal como en (1.23).

Luego, si $\alpha \ll 1$, en una consideración para todo el resto de la sub sección, la intensidad espectral estará dada por

$$I_\alpha = \int W(t + \omega\alpha, \omega - t\alpha)dt \quad (1.25)$$

Así, la derivada de la intensidad espectral respecto al parámetro α es

$$\frac{\partial I_\alpha}{\partial \alpha} = \int dt \left(\omega \frac{\partial W}{\partial t} - t \frac{\partial W}{\partial \omega} \right) = -\frac{\partial}{\partial \omega} \int tW dt \quad (1.26)$$

La cantidad $\int tW dt$ es igual al momento temporal de primer orden, vale decir,

$$\int tW dt = \frac{\partial \phi(\omega)}{\partial \omega} \int W dt \quad (1.27)$$

Donde $\phi(\omega)$ es la fase espectral del pulso que define a la función W. Así entonces, considerando (1.22) y (1.26) se obtiene la ecuación

$$\frac{\partial I_\alpha(\omega)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial}{\partial \omega} \left(I(\omega) \frac{\partial \phi(\omega)}{\partial \omega} \right) \quad (1.28)$$

En principio, la cantidad α , como se define en (1.25), es principalmente un parámetro que rota la representación de Wigner en el espacio de tiempo-frecuencia, como se muestra en la Figura 1.15

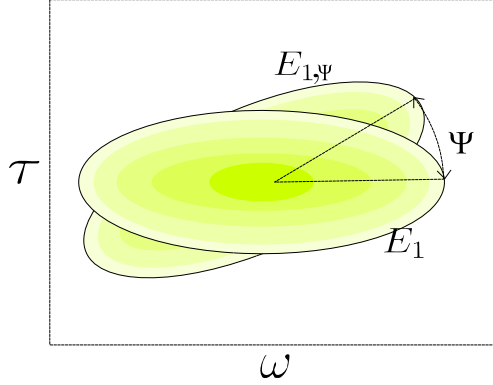


Figura 1.15: Esquema de la representación cronocíclica de Wigner en un espacio τ ω , y su rotación dada por un parámetro Ψ .

Así, el parámetro α puede tener la forma de un operador de rotación bilineal dado por la función $\exp(i\alpha t^2)$, o experimentalmente adicionando una fase cuadrática en el tiempo al campo a caracterizar, obteniendo un campo resultante dado por $E(t)\exp(i\alpha/2t^2)$ [27].

Análogamente, se puede obtener el mismo efecto en el dominio temporal adicionando una fase espectral $\exp(i\gamma\omega^2)$, como la que da un vidrio [28], obteniendo la ecuación,

$$\frac{\partial I_\gamma(t)}{\partial \gamma} = \frac{\partial}{\partial t} \left(I(t) \frac{\partial \phi(t)}{\partial t} \right) \quad (1.29)$$

de manera que este enfoque permite por comparación entre un pulso afectado por una rotación conocida (como la que genera un medio dispersivo) y uno sin afectar, conocer información de la fase del pulso original en el espacio recíproco al que depende la rotación.

A manera de conclusión, si bien este método es directo y no interferométrico, ha demostrado en sus aplicaciones poca robustez ante ruido [25] por lo que carece de la posibilidad de medir pulsos débiles, o fuera del rango espectral de mejor detección, experimentos que por ende conllevan fuerte ruido, al no utilizar como FROG, la correlación cruzada, por la cual se pueden lograr estas detecciones.

1.7 Técnicas Interferométricas contrastadas con las No Interferométricas:

Las técnicas interferométricas se basan en las franjas que interferométricamente un pulso genera con una copia de sí mismo desplazada espectralmente, y que por ende genera información que permite reobtener la información de la fase. Las técnicas no interferométricas basadas en FROG utilizan la distribución espacial de frecuencias que distintas fases entregan, para resolver la fase del pulsos a partir de mezclas en procesos no lineales de uno o dos pulsos desconocidos a través de correlaciones cruzadas. En sí, las técnicas interferométricas permiten una recuperación de la información de la fase a partir de un algoritmo sin iteración y de manera completamente directa sin ambigüedad posible, mientras que las técnicas no interferométricas basadas en FROG, posterior a cumplir ciertas condiciones en el resultado de su aplicación como ausencia de centrosimetrías, deben pasar a través de procesos iterativo basados en transformadas de Fourier que pueden o no converger a la solución deseada debido a posibilidades de estancamientos producidos por los efectos que el ruido, que experimentalmente siempre está presente, puede generar en las transformaciones de Fourier [5] y que han sido demostradas como problemáticas para caracterización de pulsos que están por debajo de 10 femtosegundos, y por ende, con un rico comportamiento espectral [22]. Aún así, las técnicas FROG pueden ser bastante robustas para pulsos complejos [20], y permiten dada la correlación cruzada de la que se basan, y por la cual se pueden utilizar dos pulsos diferentes y desconocidos, realizar mediciones en contextos experimentales más amplios gracias a la sintonizabilidad de frecuencia y amplificación de señal que las técnicas interferométricas no permiten, pues sólo logran caracterizar un pulso, y sin poder apoyarse en otro, a la vez. Además, y en un tópico que escapa a las pretensiones del informe, ciertas características del tren de pulsos como irregularidades en la fase y espectro, no pueden ser observadas a través de medios interferométricos, pues ellas sólo usan la parte coherente de los pulsos (la

parte se que preserva constante), mientras que en los no interferométricos, queda señal de este ruido proveniente del tren de pulsos, y por tanto es posible percatarse de la existencia de este fenómeno llamado artefacto coherente [23], que es una forma de ambigüedad de las técnicas interferométricas ausente en las basadas en FROG.

Por otro lado, otro tipo de técnicas no interferométricas basadas en tomografía, permiten reconstrucciones de pulsos de manera directa y completamente analítica. Sin embargo, estas técnicas son frágiles a la presencia de ruido y sólo permiten caracterizar un pulso a la vez lo que genera un rango de aplicación similar a SPIDER pero menor a FROG.

Así las técnicas interferométricas y no interferométricas entregan posibilidades diferentes de estudio en un laboratorio, con ventajas y desventajas en la caracterización de pulsos de femtosegundos, pero donde se marca la ausencia de técnicas con amplio rango de aplicabilidad, como FROG, e imposibilidad de estancamientos o ambigüedades, en pulsos no patológicos (saltos espectrales), como SPIDER.

1.8 Conclusiones de capítulo:

En el presente capítulo se analizaron las técnicas de caracterización de pulsos basados en principios interferométricos y no interferométricos, representados por SPIDER y FROG respectivamente. De SPIDER se explicó el análisis directo, sin ambigüedad, iteraciones ni estancamientos por tanto, y debido a su arquitectura se comentó la poca flexibilidad que esta técnica permite para la caracterización de pulsos débiles y de rangos espectrales complicados para ciertos detectores. De FROG en contraparte, se explicó el por qué de su flexibilidad, en el mismo término del que se habló de SPIDER, dado el uso de la correlación cruzada en un medio no lineal, y también se comentó, desde el origen iterativo de su algoritmo, las posibilidades de estancamiento de la técnica, por tanto un posible origen de ambigüedad más allá de las ambigüedades no triviales ya resueltas por métodos como VAMPIRE. Así,

queda propuesto el aún no método universal, sin iteraciones y de amplio rango de aplicación experimental, y la apertura a métodos que permitan aproximar de mejor manera las soluciones a pulsos de femtosegundo desde esta perspectiva.

Además, en el presente capítulo, se explicó la motivación de origen de los distintos métodos de caracterización de pulsos de femtosegundos, y esto puede servir de inspiración para llevar más allá las técnicas de caracterización clásica de pulsos.

Referencias del Capítulo:

- [1] A. H. Zewail 1994, Femtochemistry: Ultrafast Dynamics of the Chemical Bond, Singapore: World Scientific
- [2] P. Hannaford 2006, Femtosecond Laser Spectroscopy, Boston, MA:Springer
- [3] F. Mitschke 2009, Fiber Optics physics and technology (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009)
- [4] A. Weimer 2009, Ultrafast Optics, New Jersey; Wiley
- [5] C. Hage , F. Billard, B. Kibler, C. Finot and G. Millot 2012, Direct temporal reconstruction of picosecond pulse by cross-correlation in semiconductor device, Electronics letters 48 13, DOI: 10.1049/el.2012.1608
- [6] C. Iaconis and I. A. Walmsley 1998, Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses, Opt. Lett. 23, 792-794.
- [7] R. Trebino and D. J. Kane 1993, Using phase retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating, J. Opt. Soc. Am. A 10, 1101-1111.
- [8] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi 1982, Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry, J. Opt. Soc. Am. 72, 156-160.

- [9] M. E. Anderson, A. Monmayrat, S. P. Gorza, P. Wasylczyk and I. A. Walmsley 2008, SPIDER: A decade of measuring ultrashort pulses, *Laser Phys. Lett.* 5, No 4, 259-266.
- [10] K. DeLong, R. Trebino, J. Hunter and W. White 1994, Frequency-resolved optical gating with the use of second-harmonic generation, *J. Opt. Soc. Am. B* 11, 2206-2215.
- [11] R. Boyd 2003, *Nonlinear Optics*, second edition (Academic Press, San Diego, 2003)
- [12] S. Linden, H. Giessen and J. Kuhl 1998, XFROG—a new method for amplitude and phase characterization of weak ultrashort pulses, *Phys. Stat. Sol. B* 206 119–24
- [13] K. W. DeLong, R. Trebino and W. E. White 1995, Simultaneous recovery of two ultrashort laser pulses from a single spectrogram, *J. Opt Soc. Am B* 12, 2463-2466
- [14] B. Seifert, H. Stolz and M. Tasche 2004, Nontrivial ambiguities for blind frequency-resolved optical gating and the problem of uniqueness, *J. Opt. Soc. Am. B* 21, 1089-1097
- [15] B. Seifert and H. Stolz 2009, A method for unique phase retrieval of ultrafast optical fields, *Meas. Sci. Technol* 20, 015303
- [16] Ricardo Rojas-Aedo 2014, Sistema de medición de pulsos de femtosegundos VAMPIRE : motivación e implementación experimental, Informe de práctica para optar al grado de Licenciado en física, Pontificia Universidad Católica de Chile
- [17] E. Anashkina, V. Ginzburg, A. Kochetkov, I. Yakovlev, A. Kim and E. Khazanov 2016, Single-shot laser pulse reconstruction based on self-phase modulated spectra measurements, *Scientific Reports* 6, Article number: 33749

- [18] T. C. Wong, J. Ratner, V. Chauhan, J. Cohen, P. M. Vaughan, L. Xu, A. Consoli, R. Trebino 2012, Simultaneously measuring two ultrashort laser pulses on a single-shot using double-blind frequency-resolved optical gating, *J. Opt. Soc. Am B* 29, 1237-1244.
- [19] D. J. Kane 1998, Real-time measurement of ultrashort laser pulses using principal component generalized projections, *IEEE Journal in Selected Topics in Quantum Electronics* 4, 278-284.
- [20] L. Xu, E. Zeek and R. Trebino 2008, Simulations of frequency-resolved optical gating for measuring very complex pulses, *J. Opt. Soc. Am. B* 25, A70-A80.
- [21] J. R. Fienup and C.C. Wackerman 1986, Phase-retrieval stagnation problems and solutions, *J. Opt. Soc. Am A* 3, 1897-1907
- [22] L. Gallmann, D. H. Sutter, N. Matuschek, G. Steinmeyer and U. Keller 2000, Techniques for the characterization of sub-10-fs optical pulses: a comparison, *Appl. Phys. B* 70 S67
- [23] J. Ratner, G. Steinmeyer, T. Wong, R. Bartels, and R. Trebino 2012, Coherent artifact in modern pulse measurements, *Opt. Lett.* 37, 2874-2876
- [24] J. Paye 1992, The chronocyclic representation of ultrashort light pulses, *IEEE J. Quantum Electron.* 28 , 2262-2273
- [25] I. A. Walmsley and Christophe Dorrer 2009, Characterization of ultrashort electromagnetic pulses, *Adv. in Opt. and Phot.*1, 308-437
- [26] M. Beck, M. G. Raymer, I. A. Walmsley and V. Wong 1993, Chronocyclic tomography for measuring the amplitude and phase structure of optical pulses, *Opt. Lett.* 23, 2041-2043
- [27] C. Dorrer and I. Kang 2003, Complete temporal characterization of short optical pulses by simplified chronocyclic tomography, *Opt Lett* 28, 1481-1483

- [28] C. Cuadrado-Laborde, M. Brotons-Gisbert, G. Serafino, A. Bogoni, P. Pérez-Millán and M. V. Andrés 2014, cPhase recovery by using optical fiber dispersion and pulse pre-stretching, *Appl. Phys. B* 117, 1173-1181

Capítulo 2

VAMPIRE de reconstrucción analítica; Teoría y aplicación experimental

2.1 Objetivos del capítulo:

En este capítulo se abordará en detalle un nuevo enfoque para el estudio del perfil clásico de pulsos de femtosegundos basado en la técnica de VAMPIRE. Este nuevo enfoque, el primero en resolver analíticamente dos pulsos simultáneamente, cambia la usual búsqueda de la fase de los pulsos a caracterizar, por un equivalente encontrado en la fase del campo mezcla FROG, de manera que el objetivo va a ser motivar este cambio de foco de búsqueda, conocer sus restricciones y finalmente dar las pautas para la construcción experimental de un prototipo de esta nueva técnica emanada en esta tesis.

2.2 Reconstrucción analítica de dos pulsos simultáneamente:

Bajo el estado actual de las técnicas de reconstrucción de pulsos de femtosegundos, de manera exacta y directa, se puede resolver un pulso único, que no sea débil y que además necesariamente esté en zonas espectrales favorables a los detectores a utilizar, y de manera iterativa, y por tanto con posibilidades de estancamiento, se pueden reconstruir dos pulsos independientes, donde uno de ellos podría ser débil y además podría estar en rangos espectrales complejos para técnicas directas. El mayor rango de aplicabilidad de las últimas se debe fundamentalmente a la aplicación de correlaciones cruzadas de dos pulsos en un medio no lineal, generándose así una señal que contiene mezclada la información de ambos pulsos, que es a la que se desea acceder a través de las iteraciones que forman parte de las técnicas. Así entonces, si se desea una técnica directa y exacta que incorpore dentro del rango de sus posibilidades de caracterización pulsos débiles y en frecuencias de compleja resolución, resulta conveniente utilizar correlaciones cruzadas donde se preserve la posibilidad de caracterizar ambos pulsos simultáneamente, para no suponer nada de las señales que el experimentador posee. Por lo que es sugerente basar esta posible técnica directa para máximo rango de posibilidades de pulsos, en la misma estructura que se basa FROG, pero con un distinto análisis, y es lo que se abordará en los siguientes párrafos;

Una técnica analítica basada en la misma estructura de resultados que FROG, espectrograma, debe necesariamente no contener ambigüedades en su estructura matemática, es decir, se debe tener un espectrograma con dos sub-espectrogramas de tal manera de romper cualquier centrosimetría, o un equivalente de información, como es, independizar cada sub-espectrograma como espectrogramas distintos, como se explica en la Figura 2.1. Este enfoque si bien, no puede analizarse directamente bajo el paradigma del rompimiento de centro simetría, naturalmente sí contiene la

misma información por lo que, resulta una opción viable para un análisis directo.

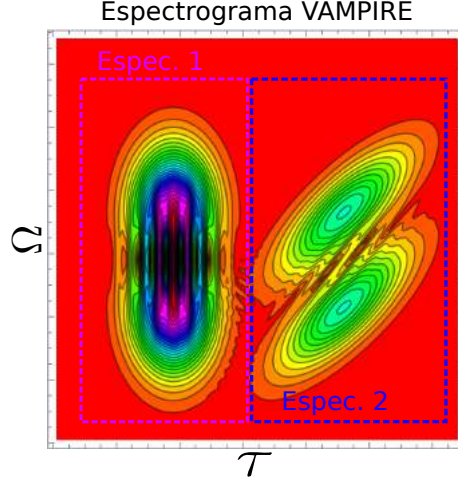


Figura 2.1: *Trazas de un espectrograma compuesto de dos sub-espectrogramas para eliminar ambigüedades, como se sugiere en VAMPIRE, pero que pueden ser considerados como espectrogramas en primera instancia independientes (Esp. 1 y Esp. 2), pero conteniendo información que los relaciona*

En estricto rigor, la correlación cruzada de dos pulsos a través de un medio no lineal genera un campo eléctrico pulsado que es función de los pulsos originales, del retraso entre ellos, y además posee una dependencia por su naturaleza pulsada de una variable espectral o temporal en el mismo sentido en el que se definen los pulsos $\tilde{E}(\omega)$ o $E(t)$. Dado que este campo se genera con el mismo enfoque que en FROG, vale decir, cambiando los retardos relativos entre los pulsos, es posible llamarlo campo eléctrico de FROG,

$$E_{FROG}(\Omega, \tau) = \int \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.1)$$

Donde $\tilde{E}_i(\omega)$ es un pulso a reconstruir en el dominio espectral. La intensidad de $E_{FROG}(\Omega, \tau)$, es la información que se puede obtener experimentalmente por FROG definida en (1.11) como espectrograma, es decir, $I(\Omega, \tau) = |E_{FROG}(\Omega, \tau)|^2$. Así, la información contenida en un espectrograma puede analizarse de manera análoga a la contenida en la intensidad de un solo pulso, que combina la información de pulsos

desconocidos precedentes de una manera bien definida (2.1). Dicho esto, dada la oportunidad que otras técnicas ofrecen para la caracterización inambigua y directa de pulsos únicos, es posible separar el problema de la caracterización utilizando campos de FROG, en la caracterización del pulso con eje temporal $E_{FROG}(\Omega, \tau)$ (módulo y fase), y dada la naturaleza mezclada de la información contenida en E_{FROG} , la separación de la información, con lo que se obtiene una forma inambigua y directa de la reconstrucción de pulsos que conforman el campo de FROG respectivo;

2.3 Caracterización del campo eléctrico de FROG

El campo eléctrico de FROG es una estructura que almacena de forma mezclada la información de ambos pulsos a caracterizar y cuya intensidad es conocida como espectrograma. Un espectrograma sin embargo y como fue comentado, no es suficiente para la caracterización de dos pulsos de luz, por lo que se puede hacer uso de un segundo espectrograma, $I_{Disp}(\Omega, \tau)$ el cual es afectado por un medio dispersivo como se plantea en VAMPIRE [1],

$$I_{Disp}(\Omega, \tau) = \left| \int \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp(i\Phi_{Disp}(\omega)) \exp(i\omega\tau) d\omega \right|^2 \quad (2.2)$$

Por lo que un esquema VAMPIRE permite acceder a dos espectrogramas como se muestra en la Figura 2.2

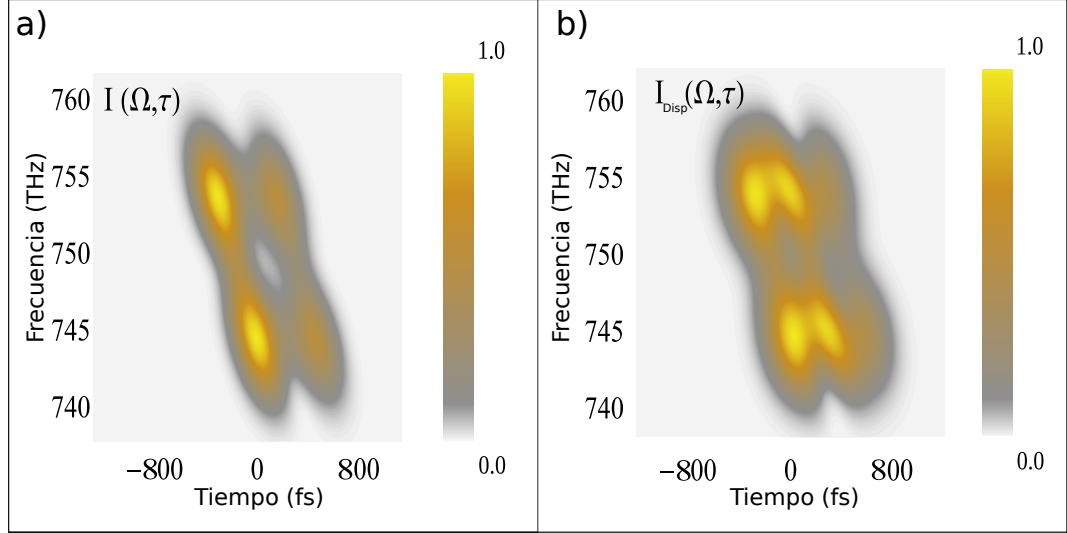


Figura 2.2: Dos espectrogramas generados a través de VAMPIRE donde a) es el espectrograma sin alteración y b) es un espectrograma dispersado.

Con esto se define un campo de FROG dispersado, en similitud a la definición (2.2)

$$E_{FROG,Disp}(\Omega, \tau) = \int \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp(i\Phi_{Disp}(\omega)) \exp(i\omega\tau) d\omega \quad (2.3)$$

Con la transformada de Fourier desde τ hasta ω , los campos de FROG, quedarán como,

$$\tilde{E}_{FROG}(\Omega, \omega) = \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \quad (2.4)$$

$$\tilde{E}_{FROG,Disp}(\Omega, \omega) = \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp(i\Phi_{Disp}(\omega)) \quad (2.5)$$

Donde resulta evidente, que la única diferencia entre los campos es la acción de una fase dispersiva $\Phi(\omega)$ actuado sólo en una de las variables (ω).

Si esta fase dispersiva tuviese la forma de una función cuadrática

$$\Phi_{Disp}(\omega) = \Psi \frac{\omega^2}{2} \quad (2.6)$$

esta tendería a generar rotaciones de la función de Wigner asociadas a E_{FROG} con la variable Ω constante, con lo que limitando $\Psi \ll 1$, permite una analogía a la tomografía, con lo que se reobtiene la fase del campo de FROG en la variable ω [2], dada por,

$$\frac{\partial I_{\Omega, \Psi}(\tau)}{\partial \Psi} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(I_{\Omega}(\tau) \frac{\partial \phi_{E_{FROG, \Omega}}(\tau)}{\partial \tau} \right) \quad (2.7)$$

Donde se ha utilizado el subíndice Ω para representar que es constante, y donde se ha utilizado el subíndice Ψ en lugar de *Disp* para remarcar el carácter cuadrático de la dispersión. Así, la fase se puede recobrar utilizando la aproximación

$$\frac{\partial I_{\Omega, \Psi}(\tau)}{\partial \Psi} \approx \frac{I_{\Omega, \Psi}(\tau) - I_{\Omega}(\tau)}{\Psi} \quad (2.8)$$

Que es la diferencia finita entre dos espectrogramas, y que cobra validez de la condición $\Psi \ll 1$ al relacionarlo con una derivada. Integrando, la derivada de la fase estará dada por

$$\frac{\partial \phi_{E_{FROG, \Omega}}(\tau)}{\partial \tau} \approx \frac{1}{I_{\Omega, \Psi} \Psi} \int_{-\infty}^{\tau} (I_{\Omega, \Psi}(\tau) - I_{\Omega}(\tau)) d\tau \quad (2.9)$$

La cual debe ser reintegrada para obtener la fase, con la salvedad de una constante de integración F_{Ω} . Con lo que el pulso queda caracterizado por un módulo $|E_{FROG}(\Omega, \tau)| \propto \sqrt{I(\Omega, \tau)}$ y una fase igual a $\phi_{E_{FROG, \Omega}}(\tau) + F_{\Omega}$. Esta caracterización a partir de la diferencia finita entre los dos espectrogramas queda ejemplificada por la Figura 2.3, donde a partir de un medio dispersivo finito, pero pequeño, se pueden lograr significativas aproximaciones a la fase real.

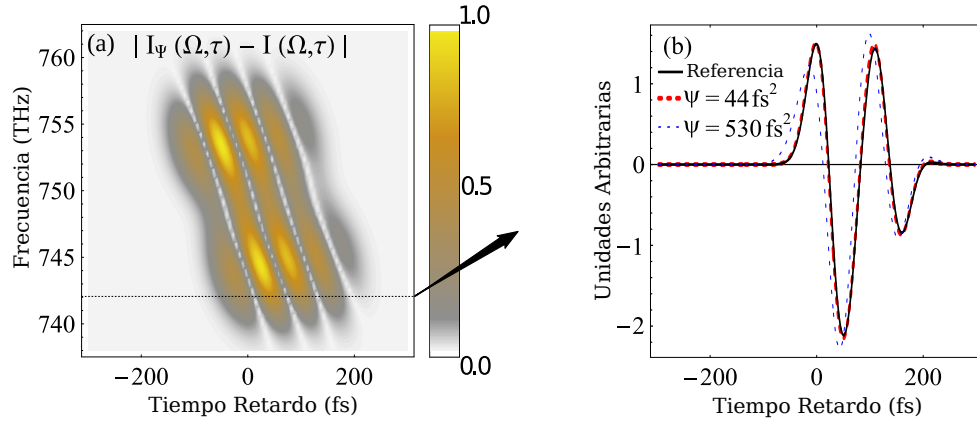


Figura 2.3: a) Diferencia finita entre los dos espectrogramas mostrados en la Figura 2.1 y b) reconstrucción de la fase para una frecuencias con dispersiones

diferentes demarcadas por líneas discontinuas en relación a una fase real en línea continua negra.

2.4 Separación de información: Caracterizando los pulsos originales

A través de conocer tanto el módulo como la fase del campo de FROG $E_{FROG}(\Omega, \tau)$, es posible, dada la completa caracterización en la variable τ , hacer una transformada de Fourier para obtener $\tilde{E}_{FROG}(\Omega, \omega)$, el cual, debe ser acompañado por una fase aleatoria en la variable Ω generado por las integraciones mostradas en (2.9). Desde donde, y a pesar de la existencia de esta fase aleatoria es posible caracterizar de manera directa y completamente inambigua los pulsos originales.

2.4.1 Reobteniendo el espectro de los pulsos originales

Desde el módulo del campo de FROG, y de (2.4), queda

$$|\tilde{E}_{FROG}(\Omega, \omega)e^{iF\Omega}| = |\tilde{E}_1(\omega)| |\tilde{E}_2(\Omega - \omega)| \quad (2.10)$$

donde definiendo la variable

$$\Omega' = \Omega - \omega \quad (2.11)$$

se puede definir una función

$$M(\Omega', \omega) = |E_{FROG}(\Omega' + \omega, \omega)|^2 = |\tilde{E}_1(\omega)|^2 |\tilde{E}_2(\Omega')|^2 \quad (2.12)$$

con lo que se obtiene

$$I_1(\omega) \propto |\tilde{E}_1(\omega)|^2 = \frac{\int M(\Omega', \omega) d\Omega'}{\int |\tilde{E}_2(\Omega')|^2 d\Omega'} \propto \int M(\Omega', \omega) d\Omega' \quad (2.13)$$

$$I_2(\Omega') \propto |\tilde{E}_2(\Omega')|^2 = \frac{\int M(\Omega', \omega) d\omega}{\int |\tilde{E}_1(\omega)|^2 d\omega} \propto \int M(\Omega', \omega) d\omega \quad (2.14)$$

Recobrando la información de los espectros de los pulsos originales desde los espectrogramas, y por tanto independizando este método de la medición directa de los espectros, diferenciando la información requerida por este nuevo enfoque de VAMPIRE con un FROG usual.

2.4.2 Reobteniendo la fase de los pulsos originales

La información obtenida luego del proceso tomográfico contempla un campo FROG (con módulo y fase) efectivo $E_{FROG}(\Omega, \omega)$, al que se le agrega una componente aleatoria F_Ω proveniente de la integración en (2.9). Luego, para reobtener la fase de los pulsos originales, dado el conocimiento de la estructura matemática que genera el campo E_{FROG} en función de E_1 y E_2 mostrado en (2.4), es necesario eliminar dicha fase aleatoria para luego separar la información de los campos de los pulsos originales. Este proceso de eliminación de la fase aleatoria F_Ω , se propone como sigue;

Definiendo la combinación campo de FROG con la fase aleatoria como la función,

$$B(\Omega, \omega) = \tilde{E}_{FROG}(\Omega, \omega) \exp[iF_\Omega] = \tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega) \exp[iF_\Omega] \quad (2.15)$$

Donde se ha utilizado (2.4). Haciendo uso del hecho que F_Ω es una constante en la variable ω [3], es posible definir una nueva función $C(\Omega, \omega)$ que elimine esta fase aleatoria F_Ω directamente dada por,

$$C(\Omega, \omega) = \frac{B(\Omega, \omega + \delta\omega)}{B(\Omega, \omega)} = \frac{\tilde{E}_1(\omega + \delta\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega + \delta\omega)}{\tilde{E}_1(\omega) \tilde{E}_2(\Omega - \omega)} \quad (2.16)$$

Sin embargo, esta función podría estar indeterminada en ciertas regiones donde las funciones $B(\Omega, \omega)$ sea igual a cero. Este problema puede ser resuelto considerando únicamente la funciones de fases de cada uno de los campos participantes, que se puede lograr a través de dividir cada campo por su distribución espectral calculada en la sección anterior, así los campos \tilde{E}_1 y \tilde{E}_2 tendrán una forma dada por $e^{i\phi_1}$ y $e^{i\phi_2}$ respectivamente.

Definiendo las funciones

$$E_{div1}(\omega) = \frac{\tilde{E}_1(\omega + \delta\omega)}{\tilde{E}_1(\omega)} \quad (2.17)$$

$$E_{div2}(\Omega - \omega) = \frac{\tilde{E}_2(\Omega - \omega + \delta\omega)}{\tilde{E}_2(\Omega - \omega)} \quad (2.18)$$

quedará

$$C(\omega, \Omega) = E_{div1}(\omega)E_{div2}(\Omega - \omega) \quad (2.19)$$

Esta función puede ser descompuesta de la misma manera que se hizo en la sección anterior para recobrar la distribución espectral (2.13) y (2.14).

Así, las funciones separadas E_{div1} y E_{div2} , contienen toda la información de fase de los pulsos E_1 y E_2 respectivamente. Esta información puede ser recobrada suponiendo pasos discretos entre líneas del espectrograma, con directa aplicación a los resultados experimentales que discretizan naturalmente esta estructura, de la siguiente manera

$$E_{div1}(\omega) = \frac{\exp(i\phi_1(\omega + \delta\omega))}{\exp(i\phi_1(\omega))} = \frac{\exp(i\phi_1(\omega_{inicial} + \delta\omega K))}{\exp(i\phi_1(\omega_{inicial} + \delta\omega(K-1)))} = E_{div1}(K) \quad (2.20)$$

donde $\omega_{inicial}$ y $\delta\omega$ son parámetros del punto de partida y el largo del paso. Por lo tanto

$$\prod_{K=1}^N E_{div1}(K) = \exp(i(\phi_1(\omega_{inicial} + \delta\omega N) - \phi_1(\omega_{inicial}))) \quad (2.21)$$

o equivalentemente

$$\exp(i(\phi_1(\omega_{inicial} + \delta\omega N))) = \prod_{K=1}^N E_{div1}(K) + \exp(i\phi_1(\omega_{inicial})) \quad (2.22)$$

Donde $\phi_1(\omega_{inicial})$ es una constante arbitraria en la fase, que carece de sentido determinar dada la relatividad de la fases respecto de otras. En método que por analogía puede ser aplicado directamente también para determinar $\phi_2(\omega)$ relativo a otra constante.

Luego, así la fase puede ser determinada de manera directa y sin iteraciones, con un uso necesario de pasos discretos que es común en metodologías directas como SPIDER [4].

Otra forma de recobrar la fase es mostrada en [2], en la cual se utiliza una técnica iterativa que no genera estancamientos ni ambigüedades dado el no uso de transformadas de Fourier, que pueden inducir a estancamientos [5].

Así se han logrado dos objetivos teóricos; primero, disponer de una técnica analítica para resolver un par de pulsos de femtosegundos utilizando correlaciones cruzadas, y segundo, mostrar que VAMPIRE es la técnica basada en FROG que requiere menos información, al requerir únicamente dos espectrogramas, condición mínima genérica para evitar ambigüedades, y reconstruir de manera analítica el espectro de los pulsos, que es una información necesaria para las otras técnicas basadas en FROG y en proyecciones generalizadas.

2.5 Unicidad VAMPIRE analítico

La versión analítica de VAMPIRE, para la caracterización de pares de pulsos de femtosegundos, puede ser comprendida como un proceso de dos pasos, definidos como; Primero, la caracterización del campo generado en un proceso de correlación cruzada en un medio no lineal con retardos relativos bien definidos, campo de FROG, vía tomografía. Y segundo, un proceso de descomposición de la información, donde la mezcla es separada en sus componentes originales, donde se reobtiene la caracterización de los pulsos deseados. Así es que se vuelve necesario hacer comentarios sobre la unicidad del proceso, vale decir, si el perfil temporal y la fase de los pulsos encontrados pueden tener fuentes de error desde su base teórica y de su aplicación, donde se partirá desde los desarrollos anteriores de VAMPIRE, donde se demuestra la ya suficiencia de información del método en la sección 1.6.1:

1. Los campos $\tilde{E}_1(\omega)$ y $\tilde{E}_2(\omega)$ son determinados de manera exacta salvo por un

factor complejo del tipo $\exp(i(a_1 + a_2\omega))$. Este factor puede ser interpretado separadamente; el primero es un término constante complejo indeterminado que es interpretado como la inexistencia de una fase absoluta, pues simplemente marca el origen de la curva de fase. y el segundo, el término complejo lineal en ω , que es interpretable como la ausencia de un tiempo absoluto, pues en la representación temporal, este término sólo genera implicancias en retardos temporales de cada pulso.

2. El par de pulsos $\tilde{E}_1(\omega)$ y $\tilde{E}_2(\omega)$ tiene exactamente el mismo espectrograma que $\tilde{E}_1(\omega + \Delta\omega)$ y $\tilde{E}_2(\omega - \Delta\omega)$, según se sigue desde (2.1), donde con un cambio de variables, es simple demostrar que $\Delta\omega$ juega un rol similar a una fase absoluta imposible de definir, y en este sentido, es posible sentenciar que el método no es sensible a la frecuencia absoluta del pulso. Sin embargo, este punto no afecta sobre la envolvente o fase temporal de los pulsos, por lo cual no debe ser considerado como una ambigüedad propiamente tal.
3. Bajo condiciones realistas, la medición de los espectrogramas tiene asociado en ruido experimental. Esto puede ser comprendido como una señal aleatoria sobre el espectrograma. En zonas donde el ratio entre la señal y el ruido sea aproximable a 1 o mayor que este, se debe asumir una pérdida de fidelidad de información por zonas. Luego, esto genera debido al proceso de concatenación de la fase, donde es necesario usar toda la información, ruidosa y poco ruidosa, una desviación de la fase original. Sin embargo, el problema del ruido es clásico en todos los métodos de medición, de manera que cuando la señal es notoriamente mayor que el ruido, la fase no se ve fuertemente afectada, pero al contrario sí. De esta forma un problema surge de manera natural; cuando el espectrograma tiene zonas de campo con módulo cero o tendiente a cero pero indistinguibles del ruido, rodeadas de zonas altas intensidades de señal, debido al mismo proceso de concatenación, la fase puede tener saltos aleatorios

debidos al ruido, generándose un problema reportado como el problema de la fase relativa, al no contarse con la información exacta de salto de fase, basado en el hecho que el campo cero tiene una fase indefinible, de manera que el criterio de continuidad de la fase que subyace al método, y todos los métodos de caracterización de pulsos, es inaplicable en estos casos. Luego, dado lo imposible de abordar el problema, es que VAMPIRE supone inambigüedad si y sólo si el espectrograma medido posee zonas cercanas a cero seguidas de intensidades mayores.

2.6 Simulaciones y aplicabilidad experimental:

Este nuevo enfoque de VAMPIRE permite la reconstrucción de dos pulsos independientes con igual tasa de repetición (dada la coincidencia esperable en un medio no lineal) a través de la caracterización tomográfica del campo de FROG generado, y la posterior separación de información contenida en este. Desde esta perspectiva, la caracterización resulta satisfactoria si el módulo y fase del campo de FROG en el dominio temporal, o espectral, reconstruido corresponden a lo medido dado los pulsos a caracterizar, o lo que es equivalente y satisfactorio, dada la imposibilidad experimental de medir la fase del campo FROG de manera directa, que el módulo del campo de FROG reconstruido en el otro dominio, donde dada la transformada de Fourier existe una mezcla de información de fase y módulo en el dominio anterior, corresponda a lo medido. Clarificando la idea anterior, experimentalmente sólo se tiene acceso a la información del módulo del campo de FROG $\sqrt{I_{medido}(\Omega, \tau)}$ y su equivalente con un medio dispersivo $\sqrt{I_{\Psi}(\Omega, \tau)}$. Desde aquí se puede obtener además la información de la fase del campo de FROG $\Phi(\Omega, \tau)$, resultando una reconstrucción completa de éste, que puede ser separada en el dominio espectral $E_{FROG}(\Omega, \omega)$ para obtener los pulsos originales $E_1(\omega)$ y $E_2(\omega)$. Estos pulsos, pueden ser utilizados para reobtener un espectrograma $I_{Recons}(\Omega, \tau)$, donde la información de la fase y el módulo de cada

uno de los pulsos reconstruidos, es mezclada gracias a la transformada de Fourier que conforma los espectrogramas (1.12), y el cual debe corresponderse con $I_{medido}(\Omega, \tau)$ si la reconstrucción fue bien llevada a cabo. Sin embargo, la correspondencia perfecta sólo es posible en términos ideales, pues obvia la limitación en la detección del espectrograma, el cual pasa de ser continuo a discreto perdiendo información, además de suponerse ausencia absoluta de ruido siempre existente en las mediciones. De esta manera es necesario definir una distancia de calidad de la reconstrucción y un límite de aceptación de la misma. Desde [6] se propone la aplicación de un error FROG

$$G = \frac{1}{N} \left(\sum_{i,j=1}^N |I_{Recons}(\Omega_i, \tau_j) - I_{medido}(\Omega_i, \tau_j)| \right) \quad (2.23)$$

donde el valor numérico aceptable es 0.04 según consenso.

Con fin de estudiar la aplicabilidad del método, debe considerarse que la caracterización de pulsos de femtosegundos utilizando VAMPIRE aplicando el enfoque tomográfico, debe necesariamente disponer de un medio dispersivo de carácter cuadrático ($\propto \Psi\omega^2$) de tal manera de lograr un giro en la función de Wigner que representa al campo de FROG. Razón por la cual debe analizarse con detalle el efecto de este medio dispersivo; El cambio de fase espectral generado por un medio dispersivo puede ser expandido en una serie de Taylor

$$\phi_{MD}(\omega) = \phi_{MD}(\omega_c) + \frac{\partial\phi_{MD}(\omega)}{\partial\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} \delta\omega + \frac{\partial^2\phi_{MD}(\omega)}{\partial\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_c} \delta\omega^2 + \frac{\partial^3\phi_{MD}(\omega)}{\partial\omega^3} \Big|_{\omega=\omega_c} \delta\omega^3 + \dots \quad (2.24)$$

Donde el subíndice MD hace referencia a Medio Dispersivo y ω_c una frecuencia central. El primer término de la expansión sólo representa un cambio de fase absoluto sin relevancia física, el segundo $(\partial\phi_{MD}(\omega)/\partial\omega)\delta\omega|_{\omega=\omega_c}$ representa un corrimiento temporal que no afecta a la función de Wigner, el tercero $(\partial^2\phi_{MD}(\omega)/\partial\omega^2)\delta\omega^2|_{\omega=\omega_c}$ es la forma de la función deseada que genera rotaciones en la representación de Wigner y denominado GDD (Group Delay Dispersion), y los posteriores son pertur-

baciones a la estructura deseada, donde $(\partial^3\phi_{MD}(\omega)/\partial\omega^3)\delta\omega^3|_{\omega=\omega_c}$ es denominado TOD (Third Order Dispersion). En este contexto es útil definir un parámetro del orden de la perturbación basado en el radio de las magnitudes del TOD y el GDD dado por TOD/GDD, el cual es mayor cuanto más grande sea la perturbación, y más pequeño cuando es menor, por lo que todo experimento con VAMPIRE debe tender a minimizar el radio del TOD/GDD para evitar errores sistemáticos que afecten la reconstrucción dada la condición teórica de dispersión cuadrática perfecta.

Esta función de cambio de fase espectral depende de la forma que tenga el medio dispersivo, se puede utilizar un placa de ciertos materiales transparentes como se sugiere en [2] con el montaje mostrado en la Figura 2.4 ó utilizar un par de prismas como se sugiere, de manera de propuesta, en el montaje mostrado en la Figura 2.5. Al utilizar sólo una placa, el cambio de fase espectral será función del ancho de ésta y de la dispersión del material

$$\phi_{MD}(\omega) = Lc_0^{-1}\omega n(\omega) \quad (2.25)$$

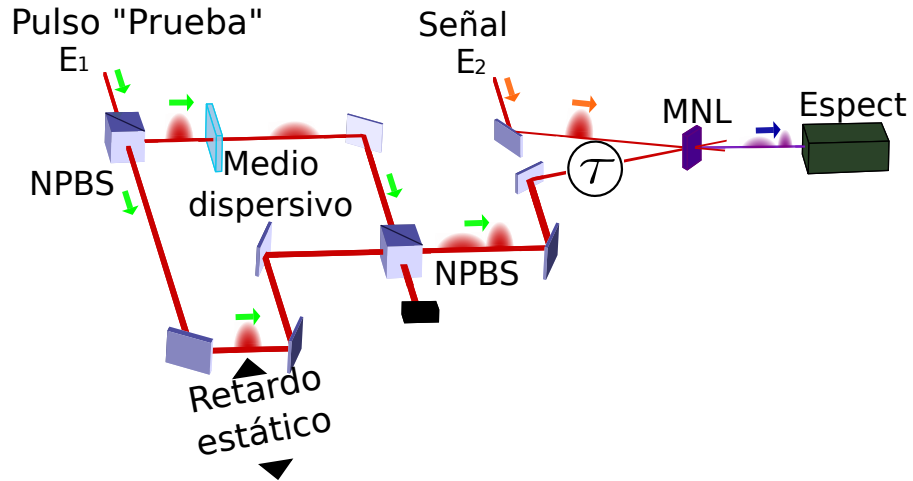


Figura 2.4: Montaje de VAMPIRE, a través de un interferómetro de Mach-Zehnder y un medio dispersivo del tipo lámina. MNL, hace referencia a un medio no lineal, τ a un retardo relativo, NPBS es un divisor de haces independiente de polarización y retardo estático a una sobre compensación del camino óptico de manera que el interferómetro no genere interferometría.

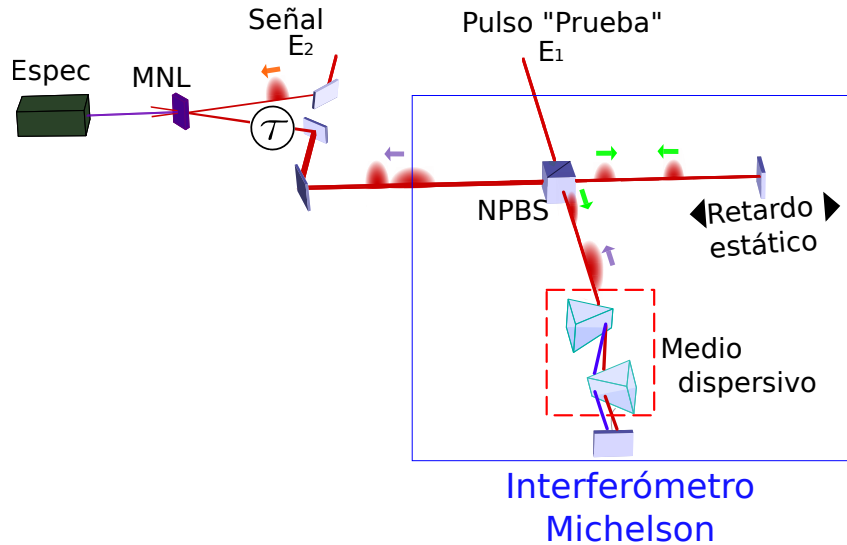


Figura 2.5: Montaje de VAMPIRE propuesto a través de un interferómetro de Michelson y un medio dispersivo del tipo par de prismas.

Con lo cual para distintos materiales el radio de TOD/GDD para dos longitudes de onda clásicas en experimentos de pulsos ultracortos, centrados en 800 nm y en 1100 nm , estará dado por la Tabla 2.1.

Material	TOD/GDD $\lambda = 800\text{nm}$ (fs)	TOD/GDD $\lambda = 1100\text{nm}$ (fs)
BaF_2	0.52	0.89
CaF_2	0.59	1.40
SF10	0.66	1.13
BK7	0.72	2.71
Fused silica	0.76	3.50

Tabla 2.1: Radio de TOD/GDD para distintos materiales en 800nm y en 1100nm con fin de encontrar candidatos para ser utilizados en un VAMPIRE.

La proximidad entre la curva ideal, dispersión cuadrática, y la real, puede estudiarse gráficamente como, por ejemplo, para el caso del SF10, donde ambas curvas tienen una zona de comportamiento fuertemente cercano, que es lo buscado, y es

donde la aproximación a la curva ideal tiene validez, como se muestra en la Figura 2.6.

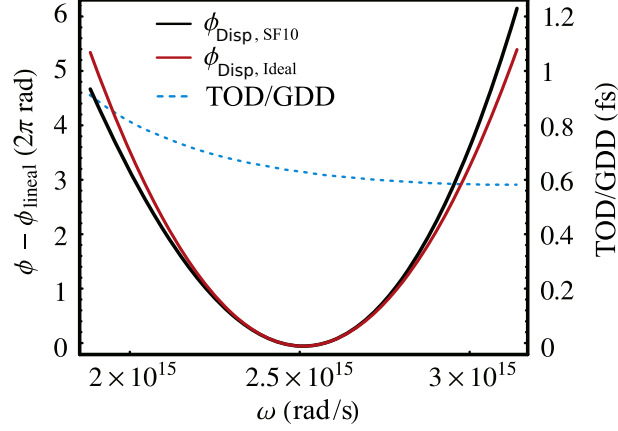


Figura 2.6: *Contraste entre las curvas de dispersión de un SF10 con una curva puramente cuadrática en la dispersión, calculada vía polinomio de Taylor de la ecuación de Sellmeier de material, y considerando únicamente el factor de segundo orden, de forma de notar el rango de validez de la suposición de idealidad del material*

Por otro lado, y únicamente expuesto como propuesta, desde la perspectiva del uso de pares prismas, el GDD y TOD serán función de la separación entre ambos (L), de la profundidad del haz difractado en el segundo prisma (L_s) y de los materiales (mat) que los componen, parámetros explicitados en la Figura 2.7, como se demuestra en [7] desde un enfoque geométrico, donde la GDD y TOD para una frecuencia central ω_0 , donde por simplicidad se escribirán las ecuaciones de cambio de fase para los pulsos por medio de los prismas entorno a una variable $L_g = L_s \cos(\beta)$,

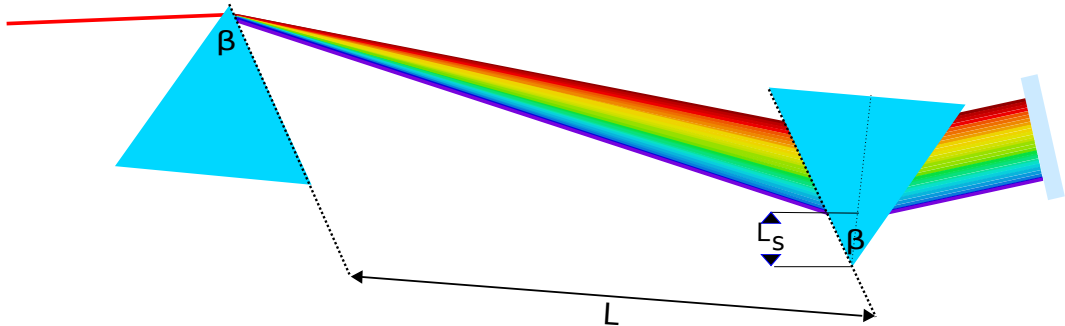


Figura 2.7: Montaje con par de prismas para modificar la fase espectral de pulsos, donde se explicita la separación entre ellos dados por L y la profundidad escrita

$$\text{como } L_g = L_s \cos(\beta)$$

$$\phi_{Prismas,GDD}(\omega) = 2 \frac{L_g}{c} \left(2 \frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \omega_0 \frac{d^2 n_{mat}}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} \right) - \frac{4\omega_0 L}{c} \left(\frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right)^2 \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} \phi_{Prismas,TOD}(\omega) = & 2 \frac{12L}{c} \left(\frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right)^2 + \frac{8\omega_0 L}{cn_{mat}^3} \left(\frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right)^3 - \frac{24\omega_0 L n_{mat}}{c} \left(\frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \right)^3 \\ & - \frac{12\omega_0 L}{c} \frac{dn_{mat}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} \frac{d^2 n_{mat}}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} + \frac{3L_g}{c} \frac{d^2 n_{mat}}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} + \frac{\omega_0 L_g}{c} \frac{d^3 n_{mat}}{d\omega^3} \Big|_{\omega=\omega_0} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Donde es posible alcanzar GDD y TOD negativas [8], por lo que también se propone el uso de medios dispersivos anteriores para lograr mejores curvas en el radio de TOD/GDD, utilizando adicionalmente la independencia que ofrece la separación y grado de profundidad de ingreso en los prismas como se muestra en [9] para lograr caracterizar pulsos más complejos y más largos en el espectro, resolviendo las limitaciones que ofrecen los medios materiales solitarios en forma de placas.

Ambos enfoques de como entender los medios dispersivos, nacen desde la necesidad de acercarse experimentalmente a la condición teórica de ser cuadráticamente dispersivo para generar giros en la función de Wigner, de manera tal que la diferencia entre los dos espectrogramas sea aproximable a una derivada. Sin embargo, esta condición que implicaría medios dispersivos con Ψ tendiente a cero es inaplicable en principio dado el límite, y además problemática cuando existe ruido en la medición de los dos espectrogramas (espectrograma normal y dispersado), pues necesariamente la diferencia desde donde se obtiene la información, debe ser más grande que el ruido, pues de no cumplirse la condición se estaría generando una reconstrucción únicamente desde este, perdiendo toda información de la señal. Luego, se tiene la necesidad acotar cuál es la diferencia máxima con la cual VAMPIRE aún

puede hacer reconstrucciones válidas de pulsos; En primera instancia, resulta natural suponer que la tolerancia al ruido debe ser función de los pulsos a caracterizar, pues pulsos menos complejos no requieren tanta exactitud, y que además esta tolerancia debe ser únicamente función del módulo espectral, pues de ser función de otra variable física supondría una caracterización previa.

Desde la representación del medio dispersivo

$$\exp(i\phi_{DE}(\omega)) \approx \exp(i\Psi\omega^2/2) = 1 + i\Psi\omega^2/2 + \dots \quad (2.28)$$

Pequeñas rotaciones en la representación de Wigner del campo, estarán dados por

$$\Psi\omega^2/2 \ll 1 \quad (2.29)$$

En términos del ancho espectral del pulso dispersado

$$\frac{\Psi}{2} \left(\frac{\Delta\omega_{E1}}{2} \right)^2 \ll 1 \quad (2.30)$$

Con lo que se obtiene la condición

$$\Psi(\Delta\omega_{E1})^2 \ll 8 \quad (2.31)$$

ó

$$\Psi(\Delta f_{E1})^2 \ll 0.2 \quad (2.32)$$

que cumple con la dependencia esperable respecto de los pulsos. En la Tabla 2.2 se ordena según el ancho espectral del pulso el Ψ máximo consistente con la condición de dispersión (2.32), y de considerarse un montaje como en Figura 2.4, el ancho de una placa de SF10 que cumple con dicha condición.

En la Figura 2.8 se muestra una comparación entre un espectrograma simulado y otro reconstruido utilizando VAMPIRE con una adición de ruido aleatorio de un 2% respecto del máximo de intensidad del espectrograma, el que consecuente a (2.32), fue trabajado con una dispersión equivalente a $\Psi = 530 fs^2$, que corresponde en caso

$\Delta f_{E_1} (THz)$	$\Delta t_{E_1} (fs)$	$\Psi (fs^2)$	$d_{SF10, \lambda=800nm} (mm)$
44	10	10.3	≤ 0.065
8.8	50	260	≤ 1.6
4.4	100	1030	≤ 6.5
2.2	200	4110	≤ 26

Tabla 2.2: Tabla que relaciona el ancho espectral del pulso dispersado, al que además se explicita su ancho temporal bajo límite de Fourier con pulsos gaussianos, con la condición de ψ máximo que tolera el método, y a manera de ejemplo, su respectivo ancho en una lámina de SF10 para lograrlo

de un montaje como el mostrado en Figura 2.4 a una placa de SF10 de 3.4 mm. La reconstrucción de los pulsos a partir del espectrograma es mostrado en la Figura 2.9

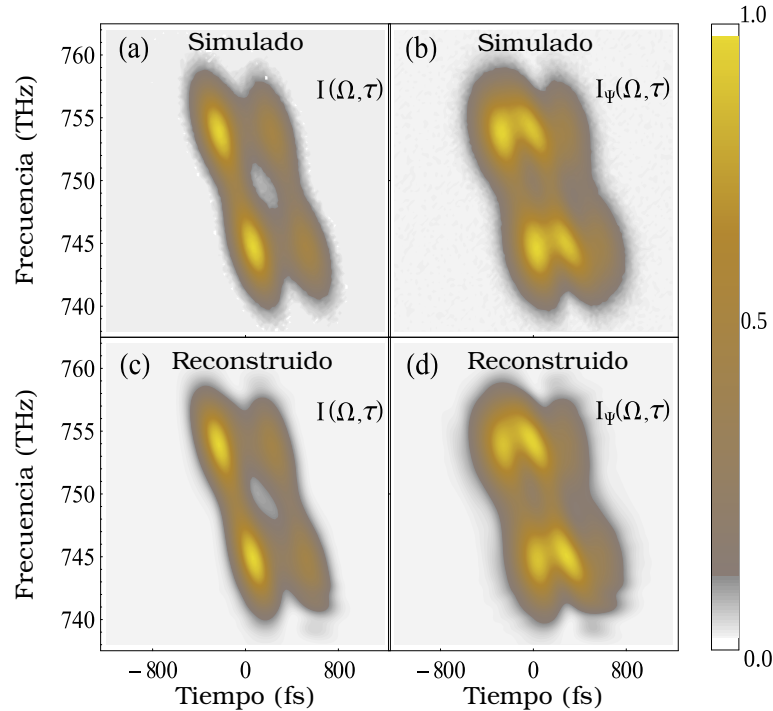


Figura 2.8: Reconstrucción vía VAMPIRE en una simulación utilizando un medio con $\Psi = 530fs^2$ y con un ruido de carácter aleatorio de 2% donde a) es el espectrograma original, b) el dispersado, c) el reconstruido y d) el reconstruido

dispersado. Lográndose un error de FROG, de 0.6% entre a) y c) y 0.7% entre d) y

b)

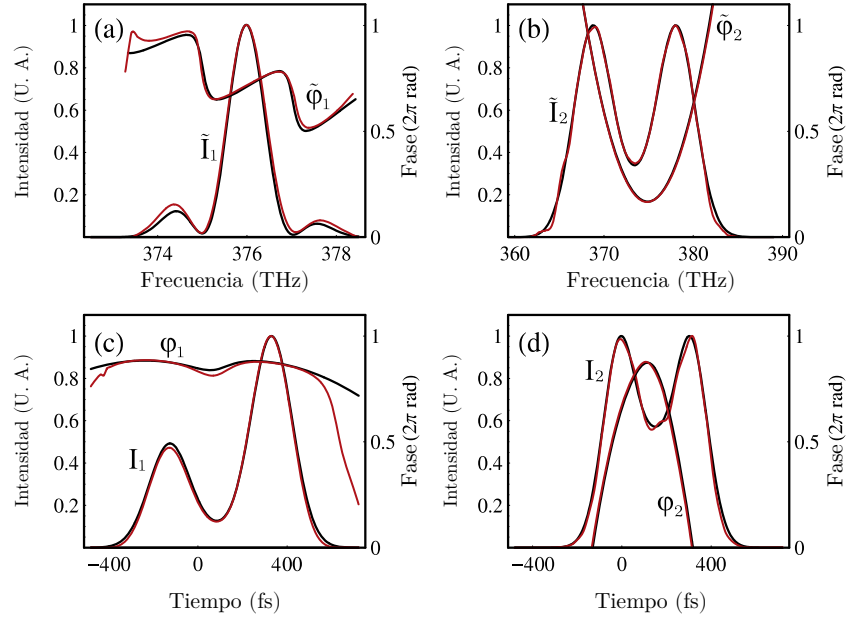


Figura 2.9: Reconstrucción de pulsos luego del proceso de separación de información. Ambos campos, módulo y fase, de pulsos generadores se muestran en el dominio espectral en a) y b) y en el temporal en c) y d), donde la traza roja son las reconstrucciones y las negras los correctos.

Para mostrar el efecto del ruido y la relación con el factor dispersivo Ψ , se adjunta la Tabla 3, donde para la misma simulación con distinto Ψ , para un caso con ruido y sin ruido, se calcula el error en la reconstrucción del espectrograma G definido en (2.23), donde es posible ver que para el caso donde se utiliza un $\Psi = 44fs^2$, el efecto del ruido hace peor la reconstrucción que cuando se tiene $\Psi = 440fs^2$ o cuando se tiene un $\Psi = 4400fs^2$, a pesar de la discrepancia más fuerte entre la diferencia de los espectrogramas con la derivada respecto del parámetro Ψ

$\psi(fs^2)$	$D_{SF10,\lambda=800nm}$	$\psi(\Delta f_{E_1})$	G, 0% ruido	G=2% ruido
44	0.28	0.0011	0.0003	0.0210
440	2.8	0.011	0.0039	0.0063
4400	28	0.11	0.0062	0.0078

Tabla 2.3: Tabla que muestra el error de FROG para el espectrograma simulado con distintos anchos de medio d y por tanto ψ , y $\psi(\Delta f_{E_1})^2$, con ciertos porcentajes de ruido aleatorio, y el error de FROG correspondiente (G)

2.7 Montaje Experimental y resultados

En el marco de este informe de tesis, se expondrán los desafíos para la instalación de un sistema de reconstrucción de pulsos de femtosegundos VAMPIRE analítico, con las nuevas variantes, en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cuántica de la Pontificia Universidad Católica de Chile. A manera de dejar constancia para la construcción de nuevos dispositivos en el futuro.

Un VAMPIRE en sí, requiere de un par de pulsos a caracterizar los cuales deben coincidir en un medio no lineal, de manera que, previa a la implementación del dispositivo es necesario confirmar que la tasa de repetición de ambos trenes de pulsos sean la misma, y además, el medio no lineal debe tener un corte y orientación (para la relación de fase, phase matching) apropiado a la longitud de onda central y ancho espectral de los pulsos. Dada estas condiciones primeras, y consecuente al montaje mostrado en la Figura 2.7, la realización experimental de un VAMPIRE requiere de la aplicación de un interferómetro desbalanceado, donde el uso de la expresión hace referencia a un interferómetro con caminos ópticos de brazos diferentes, de manera que no pueda ser posible la generación de patrones de interferencia, si no que sea utilizado únicamente de manera que el pulso dispersado sea colineal al pulso sin alteración. Adicionalmente, el encuentro de pulsos de distintos trenes deben tener un retardo relativo variable de manera de generar un espectrograma, de

manera que tanto la generación como el efectivo encuentro de los pulsos en el cristal son también consideraciones en el montaje. Y finalmente, para que la imagen del espectrograma sea efectivamente una imagen físicamente significativa es necesario corroborar la minimización de efectos de aberraciones por los dispositivos ópticos. Así, esta sección será dividida en *interferómetro*, *Coincidencia en cristal no lineal y retardo temporal*, *generación de espectrograma y resultados*.

Dado que lo deseado es en primera instancia una prueba de concepto, el VAMPIRE construido será del tipo SHG VAMPIRE, donde ambos trenes de pulsos son idénticos, simplificando el montaje experimental y análisis de resultado.

2.7.1 Interferómetro

Para la realización de un VAMPIRE, es requerido un interferómetro desbalanceado de manera que exista un tren de pulsos con una dispersión del tipo cuadrática y colineal a un tren de pulsos sin alteración, vale decir con un tiempo de retardo constante entre ambos, y donde no se busca la presencia de franjas de interferencia, de manera que cualquier interferómetro desbalanceado que logre el cometido será apropiado para la prueba de concepto. En el montaje realizado en el marco de esta tesis, en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cuántica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, se optó por la realización de un interferómetro del tipo Michelson por ahorro de un divisor de haces en contraste a un interferómetro de Mach-Zehnder, además de mejor aprovechamiento de la energía del pulso de luz dada la reflexión con ángulo cero sobre los espejos. Este interferómetro de Michelson tiene un divisor de haces 50:50 y un medio dispersivo adecuado al experimento en uno de sus brazos, consistente por ejemplo en una lámina de BaF_2 de 9 mm ancho de manera de lograr una dispersión de 341 fs^2 para pulsos centrados en $\lambda = 800 \text{ nm}$, suficiente para caracterizar pulsos de un ancho espectral de 9.1 THz como se muestra en la Figura 2.10. Adicionalmente y dado que el interferómetro está planificado para la caracterización de pulsos centrados en el infrarrojo cercano, está compuesto por

espejos de oro donde uno de ellos estará montado en una base de posición ajustable (Translation Stage) con resolución del orden de micrómetros, de manera de asegurar la no mezcla interferométrica de los pulsos en el tren de salida, y la presencia de ambos campos que dan origen a los espectrogramas en la imagen proyectada en la cámara, la cual tiene un área efectiva finita, donde deben estar contenidas todas las frecuencias que conforman el espectrograma luego de la separación espectral, además de todos los tiempos de retardo relativos entre los pulsos, prueba-síñal y prueba-pulso disperso, que tienen entre sí un tiempo de retardo relativo constante que debe estar contenido en el eje temporal proyectado sobre la cámara como se ve en la Figura 2.11 para un interferómetro genérico.

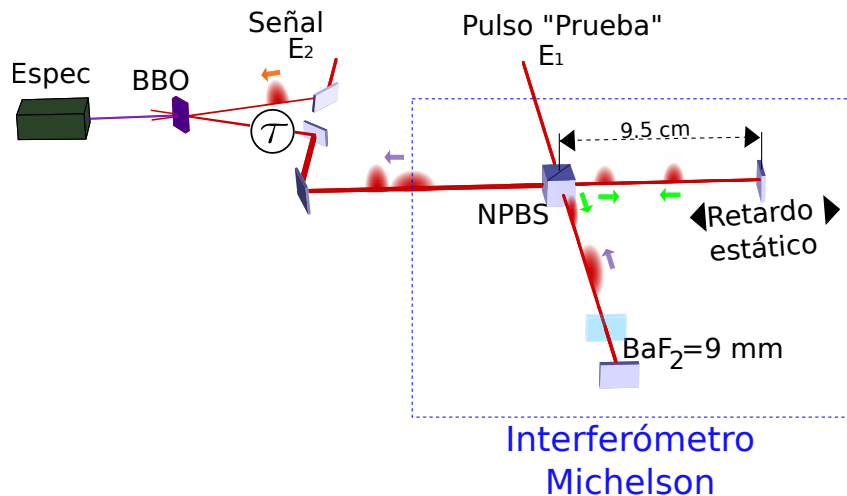


Figura 2.10: Montaje de VAMPIRE en un interferómetro del tipo Michelson con una lámina de BaF_2 , con las medidas utilizadas en el laboratorio, donde además se explicita que se utilizó un medio no lineal del tipo BBO, con parámetros definidos en las siguientes secciones.

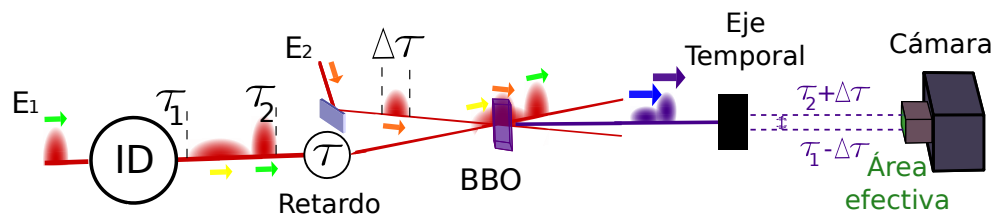


Figura 2.11: Montaje VAMPIRE genérico donde se explicita la condición de largo

de eje temporal en relación a un área efectiva de la cámara donde se proyecta el campo en la generación del espectrograma

2.7.2 Coincidencia en cristal no lineal y retardo temporal relativo .

Dado que el campo FROG es generado por la correlación cruzada debido a una mezcla de pulsos en un medio no lineal, es necesaria la coincidencia de estos en el cristal no lineal. Dada la condición de igual frecuencia de repetición entre trenes de pulsos, la coincidencia es sólo dependiente de una compensación de camino óptico entre ambos trenes, que puede lograrse a través de una base móvil (translation stage) con precisión del orden de micrómetros. Con fin de prueba de concepto, en el montaje elaborado en el Laboratorio de Óptica Cuántica y Óptica no lineal Pontificia Universidad Católica de Chile, un haz de trenes de pulsos es dividido en un divisor de haces, tal que uno de sus brazos pase a través del interferómetro, y otro por un camino libre, donde además cualquiera de los brazos puede ser sometido a cambios en su estructura temporal o espectral. Una vez lograda la coincidencia de pulsos de trenes diferentes en el medio no lineal utilizando la base móvil, es necesaria la generación de un retardo relativo de manera que se genere un eje en el espectrograma o campo de FROG, tal y como se ven en la Figura 1.9. Para la generación de este eje de retardo relativo entre pulsos existen dos corrientes comúnmente utilizadas, una basada en métodos mecánicos (se recomienda leer [10]), y otra basada en principios geométricos llamada Single-Shot ó disparo único, haciendo alusión al hecho que con sólo un pulso por cada tren es posible generar el eje temporal.

La técnica de disparo único, es en principio una técnica que genera un continuo de retardos a partir de sólo un pulso por tren, pero que contiene ciertas limitaciones dependientes de la estructura del pulso a caracterizar. Si se dispone de dos trenes de pulsos con un ángulo relativo de Θ_1 propagándose en un medio no lineal, es posible

notar que sus frentes de ondas tendrán superposiciones como se muestra en la Figura 2.12, donde se genera un eje geométrico de producto de distintos retardos relativos temporales, notando que la intersección de los frentes espacialmente a lo largo del cristal no lineal, tendrán distintos retardos relativos, cero retardo relativo en el centro del cristal, máximo de retardo relativo en los bordes de la intersección en el cristal, [6].

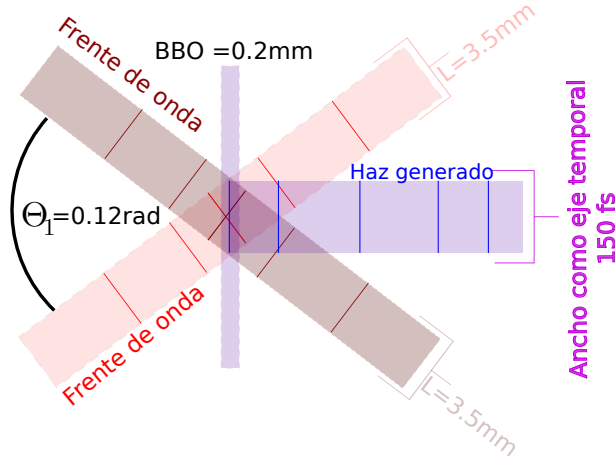


Figura 2.12: *Generación eje temporal utilizando enfoque geométrico de disparo único, con distintos tiempos de traslape. Para el montaje realizado se utilizaron los parámetros comentados en la imagen donde el ángulo está en radianes*

El ancho (g) del haz generado, que contiene el eje de retardos relativos está dado geoméricamente por, para $\Theta_1 \ll 1$:

$$g = 2L \tan(\Theta_1/2) \approx L\Theta_1 \quad (2.33)$$

Donde el valor $\Theta_1/2$ aparece desde que el campo generado, debido a la conservación de momentum lineal, tendrá su vector de propagación con una dirección en la bisectriz del ángulo formado por los pulsos generadores, y donde L es el ancho de los haces originales. Este ancho de haz contiene la información del eje temporal, abarcando en sus límites retardos temporales dado por,

$$d = \frac{2L \tan(\Theta_1/2)}{c} \approx \frac{L\Theta_1}{c} \quad (2.34)$$

Generándose por el ancho del cristal una mezcla de muchos retardos y por tanto una resolución temporal τ_{res} proporcional a este, dado por,

$$\tau_{res} = \frac{L\Theta_1^2}{2c} \quad (2.35)$$

En la Figura 2.12, además se agregan los datos experimentales utilizados en el montaje, donde la resolución permite acceder a estructuras del orden de 4 fs.

Es posible demostrar, bajo la condición del límite de difracción para un haz gaussiano, que impone un ancho mínimo de haz en función de la longitud de onda, que la resolución más alta posible es del orden de unos pocos femtosegundos, lo que implica, que este método no es óptimo para la caracterización de pulsos de este orden, pues no se tendrá información de la estructura de estos, la demostración explícitamente puede ser vista en [6]. Utilizando otros enfoques geométricos menos restrictivos que utilicen cristales no lineales cortos, que los hace menos robustos ante ruido debido a la menor generación de señal no lineal, pero que permiten pulsos de mayor ancho de banda, se puede demostrar que pulsos tales que tienen un ancho espectral $\Delta\nu \approx \nu$ son imposibles de caracterizar como se muestra en [6], por lo que estas técnicas, aunque continuas en el retardo y con menos suposiciones respecto del tren de pulsos, están acotadas a ciertos rangos de aplicación en cuanto a los pulsos por separado, a además de existir una implícita dependencia en que ambos pulsos a mezclar estén centrados al menos en longitudes de onda cercanas para que ambos tengan velocidades de grupo similares y no deformen el eje de los retardos, aspecto discutido en [11]. Una forma de generar un montaje tal que genere este eje temporal está dado por la Figura 2.1, donde se usa un lente cilíndrico para concentrar energía para la mezcla no lineal y otra para colimar los haces en la salida con el eje cilíndrico paralelo al temporal, de manera de preservar la estructura de eje temporal en similitud a la explicación dada por la Figura 2.12

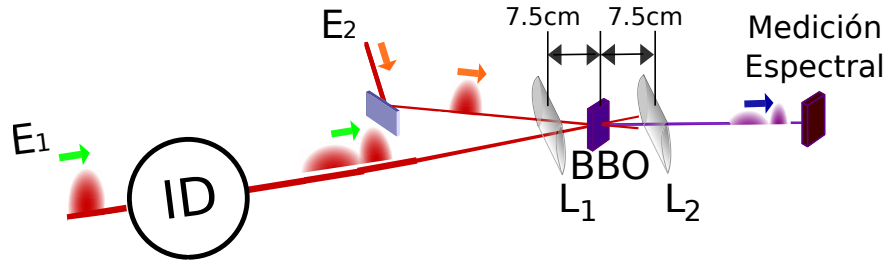


Figura 2.13: *Aplicación experimental de disparo único utilizando lentes cilíndricas idénticas para el enfocamiento y colimación de luz sin afectar el eje temporal generado. Las medidas consideradas corresponden a la aplicación experimental real.*

Para el montaje realizado en el Laboratorio de Óptica Cuántica y Óptica no lineal, se utilizó un lente cilíndrico (L_1) y (L_2) para la generación del espectrograma con una distancia focal de 10 y 7.5 cm respectivamente, pero con igual separación con el cristal no lineal de 7.5 cm, cristal no lineal BBO tipo 1 de $200 \mu\text{m}$ de ancho, y un ángulo relativo entre los trenes $\Theta_1 = 0.12$ radianes.

2.7.3 Generación de espectrogramas

Desde la mezcla de trenes de pulsos en el medio no lineal a través de una técnica de disparo único (single-shot), se genera un eje espacial de retardos relativos entre pulsos que debe ser mantenido sin modificación a través de la generación del espectrograma, y posterior proyección en una cámara, de manera que todos los elementos ópticos posteriores no pueden modificar dicho eje. Así, la red de difracción utilizada para la separación espectral en la generación del espectrograma debe contener su estructura dentada en el plano perpendicular al eje temporal, en el montaje estudiado se utilizó una red de 1800 líneas por mm optimizada en blaze para 500 nm . Bajo la consideración de no destrucción del eje temporal, la proyección del campo que da origen al espectrograma sobre la cámara se efectuó por medio de una lente cilíndrica, donde la curvatura está en el plano de la red de difracción, de manera

de lograr resolver el espectro minimizando aberraciones. La posición de la lente respecto de la cámara fue determinada por medio de un láser externo que se refleja en la red (utilizando orden cero como espejo) y que sigue similar camino que un rayo difractado, de manera que la posición que debe tener la lente en el sistema es la que optimiza la calidad de la imagen como se ve en la Figura 2.14, donde además para mejorar el contraste, experimentalmente se bloquean otras fuentes de luz que entreguen ruido en la imagen final.

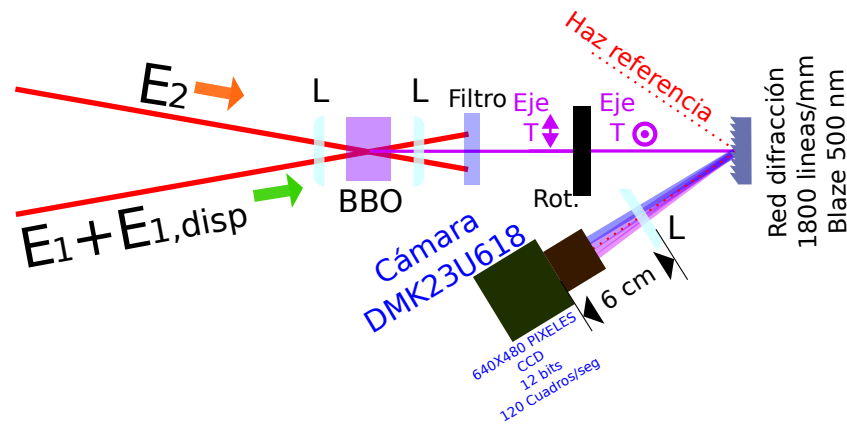


Figura 2.14: *Generación de espectrograma minimizando aberraciones por medio de un haz de referencia reflejado y lentes cilíndricas L tal que no se destruya el eje temporal geométrico representado por Eje T . La red de difracción para la generación del espectrograma es de 1800 líneas por milímetro optimizada para 500 nm, orientada con su estructura dentada perpendicular al eje temporal, que pictóricamente se logró representar a través de un dispositivo (Rot) que rote el sentido eje, pero que experimentalmente es logrado a través de mezclar los trenes de pulsos en el cristal no lineal en un plano formado por el vector perpendicular a la hoja y un vector paralelo al haz violeta. Además, para el montaje realizado, la distancia chip de cámara con la lente que genera la imagen es de 6 cm como se muestra.*

Dado que este VAMPIRE montado tiene un cristal no lineal como prueba de concepto del tipo SHG, mezclando trenes de igual frecuencia central λ_c y produciendo

señales mezcla en torno a $\lambda_c/2$, de no disponerse de una separación espacial óptima entre la señal generada por el cristal con los haces generadores, se produce una mezcla de las señales posterior a la red de difracción, dado el hecho que el orden uno en la red de la longitud de onda $\lambda_c/2$, campo de FROG, corresponde al orden dos de λ_c , haces generadores. Esta mezcla que ensucia el resultado puede ser evitada a través de la presencia de filtros cromáticos, que para el montaje presentado es el filtro FGB375 Thorlabs, que permiten la transmisión de longitudes de onda más bajas que $\lambda = 610nm$.

Si bien bajo el montaje y marco de acotaciones presentadas, se tiene una estructura en una imagen del tipo espectrograma, intensidad de descomposición espectral de campos mezclados con un efecto de continuo del retardo relativo entre ellos, no puede ser considerado en sí mismo un espectrograma, pues existe independencia entre el eje espectral y temporal no pudiéndose afirmar a priori, que el eje espectral y temporal tengan una relación de reciprocidad de Fourier. La condición de reciprocidad que ligue el eje espectral con el eje temporal, debe ser impuesta a través de una constante multiplicativa tal que $\Delta\Omega\Delta\tau = 2\pi/N$, con N el número de pixeles en la línea corregir, generando un elemento de área en el espacio definido por la variable temporal y espectral, de manera que la traza del tipo espectrograma obtenida experimentalmente sólo debe ser reescalada coherentemente a esta área, para tener la propiedades matemáticas de un espectrograma propiamente tal.

2.7.4 Resultados

Desde un láser Titanio Zafiro (Ti:Sa) con pulsos de un ancho espectral $\Delta f = 10THz$ centrados en 800 nm, con energías de 5 nJ y una tasa de repetición de 78.8 MHz, se ingresa a un divisor de haces de manera de disponer de dos trenes de pulsos con igual frecuencia de repetición, los cuales son el tren de prueba y señal en un montaje de VAMPIRE, con un cristal no lineal BBO tipo 1 de $300\mu m$ de ancho que tiene una aceptación en concordancia de fase perfecta (perfect phase matching)

$\Delta f = 20THz$, y con un medio dispersivo SF10 de 2 mm, tal que produce una curva dispersiva cuya función cuadrática es aproximable por $\Psi = 310fs^2$, generando un factor $\Psi (\Delta f_{E_1} = 0.03)$ cumpliendo la condición teórica (2.32) de relación entre el medio dispersivo y el ancho de los pulsos como cota superior. En las Figuras 2.15a, 15 b y 15c 15d se ven las trazas obtenidas, promedios de 50 cuadros (capturas) para disminuir efectos de ruidos, desde el montaje experimental corregido para ser espectrograma y la reconstrucción obtenida por el método analítico, de manera que se genera un error de FROG de 0.59% para el espectrograma sin dispersar y 0.75% para el espectrograma dispersado, siendo una reconstrucción bajo los límites tradicionales de error de forma de considerar la reconstrucción como exitosa. En este montaje, dado que ninguno de los trenes es modificado, es posible de comprar el resultado a un SHG FROG, que genera errores de 0.42% en la misma situación, error minimizado dada la condición adicional al método de pulsos gemelos, que VAMPIRE no requiere y desconoce.

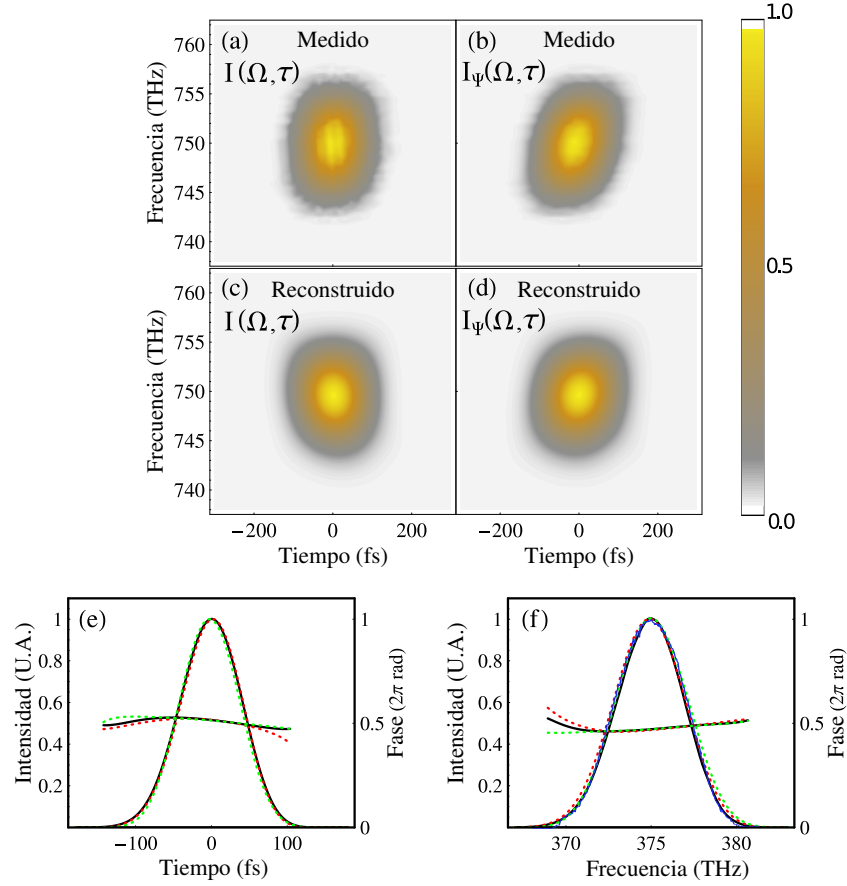


Figura 2.15: Reconstrucción experimental obtenida de un VAMPIRE con un medio materia SF10 de 2mm aproximable a $\Psi = 310\text{fs}^2$. Las trazas medidas en el laboratorio corresponden al espectrograma sin alteración a), dispersado b) y reconstrucciones c) y d) donde además se compara la reconstrucción de pulsos espectral y temporalmente con un SHG FROG en e) y f) donde la traza verde y negra corresponden a los pulsos reconstruidos por VAMPIRE, el rojo por SHG FROG, y el azul a la medición del espectro directamente. Los errores de FROG entre a) y c) es 0.59% y 0.75% para b) y d)

2.8 Conclusiones del capítulo:

En este capítulo se ha abordado la primera técnica de reconstrucción simultánea de dos pulsos de carácter analítico, y por tanto sin ambigüedad no trivial ni itera-

ciones para espectrogramas sin agujeros. La arquitectura de esta nueva técnica se basa en la mezcla de información de dos pulsos obtenida bajo la aplicación de un esquema del tipo FROG, y la caracterización del campo producido vía tomografía, para luego ser descompuesto. En el sentido de desarrollo posterior de la técnica, se ha propuesto, dada la necesidad de un medio dispersivo de carácter cuadrático para la tomografía, reemplazar las láminas de medios transparentes con dispersión por el uso de pares de prismas, dado que la aplicación de VAMPIRE tomográfico, requiere un pre-conocimiento del ancho espectral de los pulsos, presuposición también presente en el corte y ancho del cristal no lineal donde se produce la mezcla, y una pre-estabilización del ruido, que puede ser simplificado a través de la adecuación del medio dispersivo cambiando la posición de los prismas, y de esta manera, simplificar el montaje para distintos usos experimentales.

Referencias del Capítulo:

- [1] B. Seifert and H. Stolz 2009, A method for unique phase retrieval of ultrafast optical fields, *Meas. Sci. Technol* 20, 015303
- [2] B. Seifert, R. Wheatley, R. Rojas-Aedo, S. Wallentowitz, U. Volkmann, K. Sperlich and H. Stolz 2016, Unambiguous ultrashort pulse reconstruction from double spectrograms alone, *J. Opt.* 18, 105502
- [3] B. Seifert, R. Rojas-Aedo and R. Wheatley, Trabajo en proceso de escritura
- [4] M. E. Anderson, A. Monmayrat, S. P. Gorza, P. Wasylczyk and I. A. Walmsley 2008, SPIDER: A decade of measuring ultrashort pulses, *Laser Phys. Lett.* 5, No 4, 259-266.
- [5] J. R. Fienup and C.C. Wackerman 1986, Phase-retrieval stagnation problems and solutions, *J. Opt. Soc. Am A* 3, 1897-1907
- [6] R. Trebino 2002, *Frequency-Resolved Optical Gating, The Measurement of Ultrashort Laser Pulses*, Dordrecht:Kluwer, Academic
- [7] C. Ramirez-Corral, M. R. Aguilar, and J. G. Mejia 2009, Third-order dispersion in a pair of prisms, *J. Mod. Opt.* 56, 1659 (2009).
- [8] Yaakov Shaked, Shai Yefet, Avi Pe'er 2014, Dispersion Compensation using a Prism-pair, Arxiv 1411.0232.

- [9] Q. Yang, X. Xie, J. Kang, H. Zhu, A. Guo and Q. Gao 2014, Independent and continuous third-order dispersion compensation using a pair of prisms, High Power Laser Science and Engineering, 2. doi:10.1017/hpl.2014.40
- [10] Ricardo Rojas-Aedo 2014, Sistema de medición de pulsos de femtosegundos VAMPIRE : motivación e implementación experimental, Informe de práctica para optar al grado de Licenciado en física, Pontificia Universidad Católica de Chile
- [11] T. Wong, J. Ratner and R. Trebino 2012, Simultaneous measurement of two different-color ultrashort pulses on a single shot, J. Opt. Soc. Am B 29 8 1889-1893.

Capítulo 3

Generación de pulsos

cuánticamente interesantes: Teoría y aplicación experimental

3.1 Objetivos del capítulo:

Fundamentalmente este capítulo se guiará hacia el estudio de la generación y aplicación experimental de luz comprimida pulsada del orden de femtosegundos en un medio Kerr. Con este fin se iniciará con una introducción a los conceptos básicos de la mecánica cuántica en la sección *Estado cuántico de la luz y detección homodina balanceada*, para luego aplicar estos conceptos en la evolución de una onda electromagnética monocromática cuantizada en un medio con interacción del tipo Kerr óptico en *Aplicación de efecto Kerr óptico para la generación de estados cuánticos interesantes*, que permitirá disponer de una base simple para dar sentido a la compleja evolución del estado cuántico de un pulso en una fibra óptica en la sección *Uso de fibras ópticas para la generación de luz cuánticamente interesante en pulsos: Solitones*, que sólo permite acceder a estados del tipo comprimidos por limitaciones experimentales. Luego se ahondará en la generación experimental de este tipo de

estado del campo electromagnético en *Generación de luz comprimida pulsada: Montaje experimental y Resultados*, de donde se extraerán ciertas conclusiones, esperando ser guía en la teoría y posibles aplicaciones experimentales de este tipo de luz en el futuro.

3.2 Estado cuántico de la luz y detección homodina balanceada

En el marco conceptual mecánico cuántico, todo objeto puede ser descrito por un operador de densidad $\hat{\rho}$, de donde se puede extraer toda la información estadística sobre los procesos de medición en el sistema, representados por un operador genérico \hat{M} ; Ejemplos de esta contención de la información estadística son la determinación del valor promedio observado al realizar una medición M sobre el sistema indexado por $\hat{\rho}$, expresado matemáticamente por

$$\langle \hat{M} \rangle = Tr(\hat{\rho} \hat{M}) \quad (3.1)$$

donde Tr representa la operación traza, o, en otro ejemplo, la determinación de la varianza dada por

$$Var(M) = \langle \hat{M}^2 \rangle - \langle \hat{M} \rangle^2 = Tr(\hat{\rho} \hat{M}^2) - Tr(\hat{\rho} \hat{M})^2 \quad (3.2)$$

El operador densidad $\hat{\rho}$ es un ente abstracto representable como una matriz bajo previa definición de las bases,

$$\hat{\rho} = \sum_{i,j} |i\rangle \langle i| \hat{\rho} |j\rangle \langle j| \quad (3.3)$$

con $|i\rangle$ bases ortogonales completas de un espacio de Hilbert, y $|j\rangle$ las mismas bases reindexadas, con lo que se puede escribir

$$\hat{\rho} = \sum_{i,j} \rho_{j,i} |i\rangle \langle j| \quad (3.4)$$

con $\rho_{i,j}$ componentes de una matriz función de las bases, que contiene toda la información del sistema través de valores numéricos complejos. Bajo esta última consideración, resulta natural definir una función compleja

$$F(i', j') = \langle i' | \hat{\rho} | j' \rangle = \sum_{i,j} \rho_{j,i} \langle i' | i \rangle \langle j | j' \rangle = \rho_{i',j'} \quad (3.5)$$

que dada su labor representativa del operador densidad, se le denominará *representación* del operador densidad en la base $|i\rangle$. Distintas representaciones, en distintas bases del operador densidad, están relacionadas a través de la completitud, dada la posibilidad de escribir cada elemento de una base en función de otras como $|i\rangle = \sum_n b_n |n\rangle$, donde b_n es la función de peso que permite combinar linealmente los elementos de la base $|n\rangle$ para conformar un elemento de la base $|i\rangle$, por lo que se puede renombrar como $b_n(i)$, y que permite ligar dos representaciones diferentes a través de la relación,

$$F(i', j') = \sum_{n,m} b_n(i') b_m(j') G(n, m) \quad (3.6)$$

con $G(n, m)$ representación del operador densidad en la base $|n\rangle$.

Desde la naturaleza estadística del operador densidad, y del hecho que el objeto cuántico es únicamente reconocible a través de mediciones caracterizadas por operadores \hat{M} , que pueden ser escritos a través de operadores de creación \hat{a}^\dagger y destrucción \hat{a} , es que resulta necesario encontrar representaciones del operador densidad que simplifiquen el cálculo con operadores de medición con estructuras matemáticas normalmente ordenada, operadores \hat{a}^\dagger a la izquierda y \hat{a} a la derecha, antinormalmente ordenada, operadores \hat{a} a la izquierda y \hat{a}^\dagger a la derecha, y simétricos, componentes que sumen partes iguales de operadores normalmente y antinormalmente ordenados.

En primera instancia, es posible notar que el cálculo de valores de expectación, dado por la ecuación (3.1), de un operador \hat{M} normalmente ordenado

$$\hat{M} = \sum_{i,j} M_{i,j} (\hat{a}^\dagger)^i \hat{a}^j \quad (3.7)$$

es simplificado por una expresión del operador densidad antinormalmente ordenado

$$\hat{\rho} = \sum_{k,l} \rho_{k,l} \hat{a}^l (\hat{a}^\dagger)^k \quad (3.8)$$

y viceversa (operadores antinormalmente ordenados con operadores densidad normalmente ordenados [1]), gracias a la propiedad cíclica de la traza, quedando un producto del tipo

$$\langle \hat{M} \rangle = \sum_{i,j,k,l} \rho_{k,l} M_{i,j} \text{Tr}((\hat{a}^\dagger)^{k+i} \hat{a}^{j+l}) \quad (3.9)$$

que al ser trazado con un estado coherente, autoestados del operador de destrucción \hat{a} tal que $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ donde los vectores $|\alpha\rangle$ conforman una base, puede ser simplificado a

$$\langle \hat{M} \rangle = \sum_{i,j,k,l} \rho_{k,l} M_{i,j} (\alpha^*)^{k+i} \alpha^{j+l} \quad (3.10)$$

De esta manera, y dada la presencia de términos del tipo $\sum_{k,l} \rho_{k,l} \alpha^l (\alpha^*)^k$ que contiene la información del sistema cuántico en los cálculos de valores de expectación, es que resulta conveniente definir una representación del operador densidad normal, antinormal o simétricamente ordenados.

La expresión del operador densidad normalmente ordenado está dado por

$$\hat{\rho} = \sum_{k,l} \rho_{k,l}^{(n)} (\hat{a}^\dagger)^k \hat{a}^l \quad (3.11)$$

el cual puede ser representado fijando la base coherente por

$$\langle \alpha | \hat{\rho} | \alpha \rangle = \sum_{k,l} \rho_{k,l}^{(n)} (\alpha^*)^k \alpha^l \quad (3.12)$$

esta representación a diferencia de la representación en (3.4), sólo requiere de los valores de la diagonal dada la no ortogonalidad de los estados coherentes [2]. Esta representación en la literatura es conocida como Q de Husimi $Q(\mathfrak{R}(\alpha), \mathfrak{S}(\alpha))$, a la que usualmente por normalización es dividida por π , donde la dependencia en $\mathfrak{R}(\alpha), \mathfrak{S}(\alpha)$ define un espacio de fase donde habita la representación,

$$Q(\mathfrak{R}(\alpha), \mathfrak{S}(\alpha)) = \frac{1}{\pi} \langle \alpha | \hat{\rho} | \alpha \rangle \quad (3.13)$$

Análogamente, la expresión antinormalmente ordenada del operador densidad está dado por

$$\hat{\rho} = \sum_{k,l} \rho_{k,l}^{(a)} \hat{a}^l (\hat{a}^\dagger)^k \quad (3.14)$$

donde por completitud de los estados coherentes es posible agregar una identidad $I = \int d^2\alpha |\alpha\rangle\langle\alpha|$, de manera tal que, $\hat{\rho} = \int d^2\alpha \sum_{k,l} \rho_{k,l}^{(a)} \hat{a}^l |\alpha\rangle\langle\alpha| (\hat{a}^\dagger)^k$ ó igual a $\hat{\rho} = \int d^2\alpha \sum_{k,l} \rho_{k,l}^{(a)} \alpha^l (\alpha^*)^k$, de manera que es posible escribir

$$\hat{\rho} = \int d^2\alpha P(\Re(\alpha), \Im(\alpha)) |\alpha\rangle\langle\alpha| \quad (3.15)$$

con $P(\Re(\alpha), \Im(\alpha))$ conocido en la literatura como representación de P de Glauber-Sudarshan.

Los operadores de expresión simétricamente ordenada del tipo $[\hat{a}^r (\hat{a}^\dagger)^s]_{Sim}$ pueden ser reescritos como $(\eta \hat{a}^\dagger - \eta^* \hat{a})^{r+s}$ [3], donde por tanto resulta conveniente definir como base para la representación, autoestados del operador $(\eta \hat{a}^\dagger - \eta^* \hat{a})$, llamados genéricamente cuadraturas. Para ciertos η particulares los operadores de cuadratura tienen estructuras del tipo $\hat{a} + \hat{a}^\dagger$ y $i(\hat{a} - \hat{a}^\dagger)$ asociadas en la literatura a un operador \hat{X} con los autoestados $|x\rangle$ y su operador conjugado \hat{P} con los autoestados $|p\rangle$ respectivamente, asociados en el oscilador armónico al operador de posición y momentum. Además cada una de estas elecciones, dado $\hat{a} \rightarrow \alpha$ y $\hat{a}^\dagger \rightarrow \alpha^*$, está asociado a $\Re(\alpha)$ y $\Im(\alpha)$ habitando en el mismo espacio de fase que las representaciones anteriores. Luego, dada la relación de variables conjugadas de P y X , es posible definir una representación

$$W(x, p) = \frac{1}{2h} \int dz e^{-2\pi pz/h} \langle x + \frac{1}{2}z | \hat{\rho} | x - \frac{1}{2}z \rangle \quad (3.16)$$

denominada por la literatura como representación de Wigner [3].

Si bien existen infinitas formas de representar el operador densidad, y por ende el estado cuántico de un sistema, existen representaciones las cuales dependiendo del contexto resultan más adecuadas que otras. En lo que sigue, se comentará la reconstrucción del estado cuántico a nivel experimental de un haz de fotones, de

manera que se ligará a las representaciones del operador densidad que simplifiquen el traspaso de la recolección experimental de datos a la estructura matemática.

Desde el hecho que la caracterización clásica del campo electromagnético incorpora fase y módulo, obtenible a partir de un campo con fase y módulo conocido e interferometría con el campo a caracterizar, es que resulta esperable que la caracterización del estado cuántico también deba incorporar fase y módulo, y para su determinación, la incorporación de un campo adicional referencial interferométricamente mezclado con el campo a caracterizar [4]. En una primera instancia puede ser considerada la situación de la mezcla de dos haces de campo electromagnético en un divisor de haz seguido de dos fotodetectores como se muestra en la Figura 3.1,

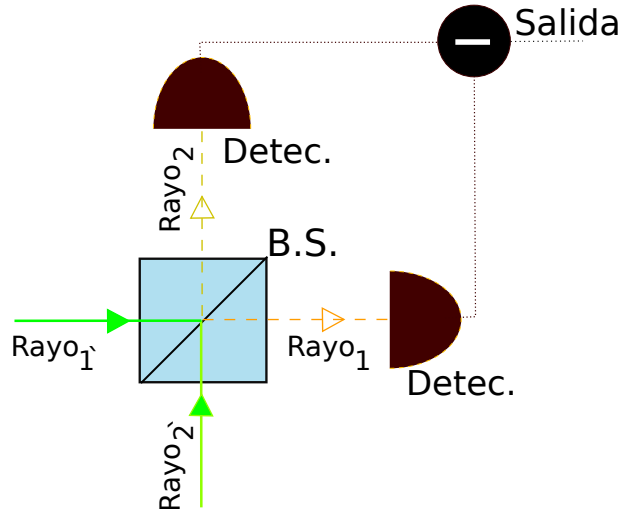


Figura 3.1: Mezcla interferométrica en un divisor de haces (B.S.) de dos ondas electromagnéticas $Rayo_{1'}$ y $Rayo_{2'}$ generando dos nuevos rayos $Rayo_1$ y $Rayo_2$ para luego ser detectados.

Considerando la transformación clásica de un divisor de haz 50 : 50 donde los campos clásicos resultantes, dados dos campos iniciales a_1' y a_2' de igual frecuencia central, están dados por $a_1 = 1/\sqrt{2}(a_1' - a_2')$ y $a_2 = 1/\sqrt{2}(a_1' + a_2')$, el campo electromagnético cuantizado [1, 3] resultantes por analogía, estarán dados por $\hat{a}_1 = 1/\sqrt{2}(\hat{a}_1' - \hat{a}_2')$ y $\hat{a}_2 = 1/\sqrt{2}(\hat{a}_1' + \hat{a}_2')$. Donde la información registrada por los fotodetectores, dado que

miden únicamente intensidades, estará operacionalmente descrita por los operadores $\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1$ y $\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2$. Sin embargo, cada haz puede contener ruido clásico, no intrínseco, que afecten la caracterización del campo electromagnético deseado, de manera que dado que cada brazo del esquema de detección está influido por el mismo ruido posterior a la mezcla interferométrica, es conveniente restar lo registrado por cada fotodetector, eliminando la componente ruidosa, obteniendo una señal dependiente del operador $\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2$, donde heurísticamente, si el campo referencial \hat{a}_2 posee un estado cuántico coherente $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$, con θ una fase relativa promedio entre los campos, el operador resultante estará dado por $|\alpha|(\hat{a}_1^\dagger e^{i\theta} + \hat{a}_1 e^{-i\theta})$, que es proporcional a una cuadratura con $\eta = e^{i\theta}$, permitiendo similitudes a representaciones como la de Wigner, conteniendo toda la información cuántica del campo a caracterizar. Formalmente, y desde otro punto de vista [1], la acción del divisor de haces puede ser entendida como una mezcla de los dos estados cuánticos originales, en una base coherente, $|\beta\rangle_{1'}$ en el brazo indicado por 1' y $|\alpha\rangle_{2'}$ en el brazo 2', en nuevos estados cuánticos dados por $|(\beta + \alpha)/\sqrt{2}\rangle_1$ y $|(\beta - \alpha)/\sqrt{2}\rangle_2$ en los brazos 1 y 2 respectivamente, y como se muestra en la Figura 3.2,

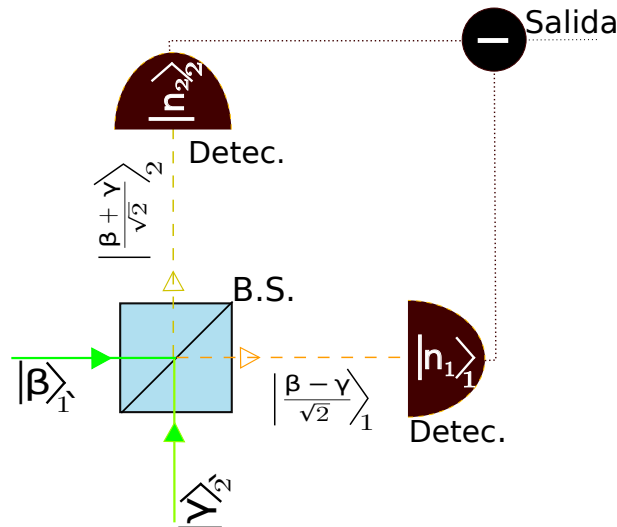


Figura 3.2: Representación esquemática de mezcla interferométrica de dos haces de campos electromagnéticos con bases coherentes en un divisor de haces, y posterior medición de intensidad.

Cada detector, consecuente a la estructura operacional propuesta, proyecta el respectivo estado cuántico resultante a autovectores del operador de número $|n_1\rangle$ y $|n_2\rangle$, con n_2 pudiendo ser reparametrizado por $n_2 = n_{\Delta n} + n_1$ con $n_{\Delta n} = n_2 - n_1$, donde al escribir la matriz densidad en la representación P, el valor de expectación de la proyección del estado sobre los estados de número estará dado como,

$$\langle n_1|_1 \langle n_{\Delta n} + n_1|_2 \hat{\rho} |n_{\Delta n} + n_1\rangle_2 |n_1\rangle_1 = \int \int P_{1',2'}(\beta, \alpha) T(\alpha, \beta) d^2\alpha d^2\beta \quad (3.17)$$

Con

$$T(\alpha, \beta) = |\langle n_1| \frac{(\beta + \alpha)}{\sqrt{2}} \rangle_1|^2 |\langle n_{\Delta n} + n_1| \frac{(\beta - \alpha)}{\sqrt{2}} \rangle_2|^2$$

Donde bajo consideración procedimental de la detección homodina, que lo representativo del campo es únicamente la resta de las señales para la eliminación de ruidos clásicos, el valor físicamente relevante corresponderá a sumar sobre todos los autoestados de n_1 , obteniéndose en la proyección de los estados basales coherentes sobre los de número,

$$\sum_{n_1} |\langle n_1| \frac{(\beta + \alpha)}{\sqrt{2}} \rangle_1|^2 |\langle n_{\Delta n} + n_1| \frac{(\beta - \alpha)}{\sqrt{2}} \rangle_2|^2 = \frac{|\beta + \alpha|}{|\beta - \alpha|} I_{|n_{\Delta n}|}(|\beta^2 - \alpha^2|) e^{-|\alpha|^2 - |\beta|^2} \quad (3.18)$$

con I_s polinomios de Bessel modificados.

Particularmente, y consecuente a las consideraciones hechas, es posible demostrar que cuando el estado $|\alpha\rangle$ es un estado coherente $|\alpha_0\rangle$, la representación puede ser reescrita como $P_{1',2'}(\beta, \alpha) = P(\beta)\delta(\alpha - \alpha_0)$, pero además si este estado coherente es $|\alpha| \rightarrow \infty$ y posee una fase tal que $\alpha = |\alpha|e^{i\theta}$, con θ una fase relativa promedio entre los campos, quedará que el valor de expectación de la diferencia del número de fotones para cada θ estará dado por

$$\langle \Delta n(\theta) \rangle \propto \int d^2\beta P(\beta) e^{\frac{|\alpha|}{2}(\beta e^{-i\theta} + \beta^* e^{i\theta})} \quad (3.19)$$

Que permite acceder estadísticamente a valores de expectación de cuadratura $p(x, \phi)$ para el estado cuántico a caracterizar, con $p(x, \phi)$ la probabilidad de ocurrencia del autovalor asociado al autovector $|x_\theta\rangle$ del operador de cuadratura $(\hat{a} \exp(-i\theta) +$

$\hat{a}^\dagger \exp(i\theta)$). Los autovectores del operador cuadratura $|x_\theta\rangle$ conforman una base completa [5], a través de la cual el operador densidad $\hat{\rho}$ puede ser representado, y a su vez relacionado con otras representaciones como la de Wigner, representación directamente ligada a las cuadraturas [6], dada por

$$W(q, p) \propto \int_0^\pi d\phi \int dx \int dz p(x, \phi) |z| K_c(q \cos(\phi) + p \sin(\phi) - x) \quad (3.20)$$

con

$$K_c(y) = \frac{1}{2} \int_{-z_c}^{z_c} |z| e^{iyz} \quad (3.21)$$

con z_c un límite de integración real y positivo, que explicita las limitaciones experimentales en la reconstrucción desde las probabilidades, donde la teoría tiende a infinito. Esta relación puede ser escrita de manera inversa

$$p(x, \phi) = \int dy W(x \cos(\phi) - y \sin(\phi), x \sin(\phi) + y \cos(\phi)) \quad (3.22)$$

un texto que explica de manera clara el origen de estas ecuaciones puede ser [5], o de manera más general que para la sola representación de Wigner, se recomienda leer la sección 4.3.2, prestando especial atención a las ecuaciones (4.8) hasta (4.19)

Es además posible demostrar en este contexto, que el efecto de un detector imperfecto, es equivalente a la anteposición del detector de un divisor de haces que únicamente transmite fotones en la misma tasa que eficiencia tiene el detector (ν). En las cuadraturas detectadas a través del esquema interferométrico propuesto con detectores de igual eficiencia, este efecto se ve representado como,

$$\hat{x}(\phi, \nu) = \sqrt{\nu} \hat{x}(\phi) + \sqrt{1 - \nu} \hat{x}_N(\phi) \quad (3.23)$$

con $\hat{x}_N(\phi)$ una cuadratura que simula las pérdidas, como un ingreso de “estado de vacío” matemáticamente representado con un estado coherente en el origen.

Considerando que el esquema se basa en una respuesta interferométrica y posterior resta de las señales de cada fotodetector, las cuales se basan en la integración de señal en un periodo de respuesta, es que es necesario imponer la consideración

experimental que el tiempo de coherencia del haz señal y referencia, que provienen de la misma fuente, sea mayor que el tiempo de integración de los fotodetectores, dado el hecho que considerar tiempos mayores a los de coherencia implica cambios de fase aleatorios en la señal, generando factores de errores sistemáticos. Este montaje de caracterización del estado cuántico de la luz es denominado para el caso de dos frecuencias centrales iguales homodino balanceado, con variantes existentes de métodos similares para frecuencias ligeramente diferentes, y con similar principio teórico, un método que no requiere un barrido en las fases denominado en la literatura como detección heterodina [7]. Existen otros métodos, no basados en la eliminación perfecta del ruido no intrínseco clásico, pero con otras ventajas como la reconstrucción local y detección homodina desbalanceada, bien introducidas en [5].

Como se ha mostrado, el esquema homodino balanceado permite acceder experimentalmente a formas de representación del estado cuántico de la luz a través de representaciones como las de Wigner, u otras. Considerando referencialmente el estado coherente, como el estado cuántico más próximo al comportamiento clásico [1], dado el hecho de una señal de ruido cuántico, ruido esencial y derivado de la incerteza, uniforme en función de la fase encontrada por la detección homodina, y que en la representación de Wigner por tanto tiene una estructura simétricamente distribuida como se muestra en la Figura 3.3 a), es posible determinar por contradicción estados que difieran del comportamiento clásico, obteniéndose señales de ruido cuántico no uniformes en la detección, ejemplos que cumplan esta condición son los estados denominados comprimidos (squeezing), donde para la representación de Wigner, en una dirección presenta una compresión menor a la del estado coherente, y en la dirección perpendicular mayor, como se muestra en la Figura 3.3b), en la literatura es usual caracterizar el estado comprimido dependiente del eje que sufre tal compresión, denominándose estado comprimido en la amplitud (amplitud squeezing) si el eje comprimido es radial al centro, estado comprimido en la fase (phase squeezing), si el eje comprimido se encuentra en el eje polar $\hat{\phi}$ y estado comprimido

del vacío (vacuum squeezing) si el estado comprimido está en el origen del plano. En la misma línea es posible encontrar otros estados cuánticos que difieren del estado coherente como los estados de número (Fock states), y consecuentemente aproximación a ellos denominados estados comprimidos de número de fotones (photon number squeezing) y estados gato (cat states), que tienen zonas con valores de la función de Wigner negativas ó zonas disconexas, como se muestra en la Figura 3.3c) y 3d) respectivamente, caracterizando así comportamientos cuánticamente interesantes.

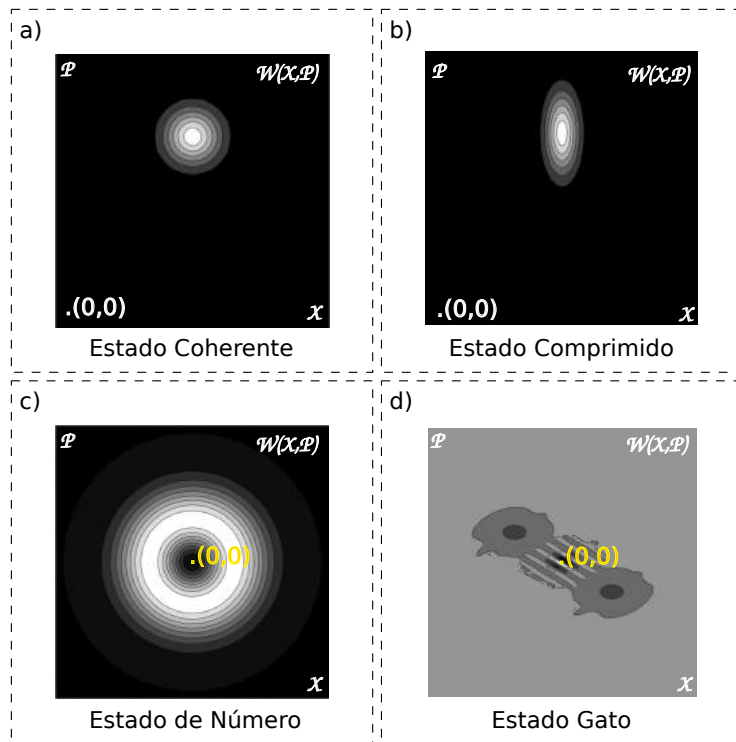


Figura 3.3: Representaciones de Wigner para: a) Estado Coherente b) Estado Comprimido c) Estado de número para un fotón y d) Estado Gato

3.3 Aplicación de efecto Kerr óptico para la generación de estados cuánticos interesantes

La interacción de un campo electromagnético propagándose en un medio material estará mediada por la estructura electrónica de este, siendo distinguible la forma de la interacción según la simetría de la red electrónica del medio y el consecuente vector de polarización generado en la interacción, encontrándose así componentes lineales y no lineales al campo, donde las últimas son perceptibles únicamente bajos campos de alta intensidad. En medios tales que no es posible definir ejes privilegiados de simetría, no es posible encontrar interacciones no lineales con campo del tipo cuadrática, pero si es posible encontrar interacciones del tipo cúbica, siendo las posteriores interacciones, dada la finitud de la intensidad accesible en un laboratorio, posibles de despreciar según el contexto. Luego, el vector de polarización puede ser escrito localmente como

$$\tilde{P}(t) = \chi^{(1)}\tilde{E}(t) + \chi^{(3)}\tilde{E}^3(t) \quad (3.24)$$

Pudiéndose distinguir de manera inmediata una parte lineal $\tilde{P}^L = \chi^{(1)}\tilde{E}(t)$ y otra no lineal $\tilde{P}^{NL} = \chi^{(3)}\tilde{E}^3(t)$, tal que $\tilde{P}(t) = \tilde{P}^L + \tilde{P}^{NL}$.

El efecto Kerr óptico es un fenómeno de interacción no lineal del campo con el medio, en el cual, considerando subdivisiones internas del campo electromagnético, interactúan tres ondas dejando como resultante una cuarta independiente de las anteriores, todas estas ondas tienen la misma frecuencia, y es lo que distingue el efecto Kerr de otras formas de interacción con este orden de no linealidad, como la mezcla de cuatro ondas, y hacen de este efecto el más probable en el medio. Considerando la conservación de la frecuencia y la forma no lineal de la mezcla, el vector de polarización no lineal que define esta forma de interacción, está descrito por la interacción de componentes de campos electromagnéticos mediados por el tensor de susceptibilidad del medio en función de la frecuencia, matemáticamente

expresada por,

$$P_i^{NL} = \sum_{jkl} \chi_{ijkl}(-\omega, -\omega, \omega, \omega) E_j^* E_k E_l \quad (3.25)$$

donde los subíndices hacen referencia a la proyección sobre los ejes geométricos x e y del campo, donde z es la dirección de propagación. De esta manera, las consideraciones geométricas de simetrías del medio están descritas plenamente por el tensor χ_{ijkl} , el cual por la ausencia absoluta de ejes privilegiados debe tener una estructura del tipo [8]

$$\chi_{ijkl} = \chi_{xxyy} \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{xyxy} \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{xyyx} \delta_{il} \delta_{jk} \quad (3.26)$$

Que dadas las similitudes de las ondas participantes y las permutaciones del tensor, dejará al vector de polarización como

$$\vec{P}_{NL} = \chi_{xxyy} \vec{E}^* (\vec{E} \cdot \vec{E}) + 2\chi_{xyxy} (\vec{E}^* \cdot \vec{E}) \vec{E} \quad (3.27)$$

El campo eléctrico, y por ende el vector de polarización, puede ser descompuesto en una componente de envolvente que describe los cambios lentos de la onda en la propagación y en una componente de rápida oscilación, como la frecuencia de oscilación de la onda, $\vec{E}(z, t) = \vec{a}(z, t) \exp(i\omega_0 t - i\beta_0 z)$. De esta manera, es posible derivar desde la ecuación de onda una ecuación de movimiento para los cambios lentos de la envolvente que describan completamente el problema en semejanza a la técnica de onda rotante, donde se asumirá $|\partial^2 a(z, t)/\partial z^2| \ll |\beta_0 da(z, t)/dz|$ y donde por simplicidad se despreciarán las derivadas en el tiempo dado que los cambios serán más lentos que la propagación de la onda en z , quedando así una ecuación de la forma [9]

$$\frac{\partial \vec{a}(z)}{\partial z} \propto i \vec{P}_{NL} \quad (3.28)$$

ó explícitamente

$$\frac{\partial a_x(z)}{\partial z} \propto i [\chi_{xxyy} a_x^*(z) (a_x(z)^2 + a_y(z)^2) + 2\chi_{xyxy} a_x^*(z) (|a_x(z)|^2 + |a_y(z)|^2) a_x^*(z)] \quad (3.29)$$

y

$$\frac{\partial a_y(z)}{\partial z} \propto i[\chi_{xxyy} a_y^*(z)(a_x(z)^2 + a_x(z)^2) + 2\chi_{xyxy}(|a_x(z)|^2 + |a_y(z)|^2)a_y^*(z)] \quad (3.30)$$

Otra base físicamente significativa, es la base de la polarización de la luz circular

$$a_{\pm}(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_x(z) \mp i a_y(z)) \quad (3.31)$$

desde donde se puede reescribir las ecuaciones del campo por,

$$\frac{\partial a_{\pm}(z)}{\partial z} \propto i[2\chi_{xxyy}|a_{\mp}(z)|^2 + 2\chi_{xyxy}(|a_+(z)|^2 + |a_-(z)|^2)]a_{\pm} \quad (3.32)$$

De donde se sigue que para un medio sin absorción (χ real) se cumple

$$\frac{\partial |a_{\pm}(z)|^2}{\partial z} = 0 \quad (3.33)$$

Que implica que las componentes circulares se conservan durante la propagación, además de una solución del tipo,

$$a_{\pm}(z) = \exp(ict.e.z[2\chi_{xyxy}|a_{\mp}(z)|^2 + 2(\chi_{xyxy} + \chi_{xxyy})(|a_{\mp}(z)|^2)]a_{\pm}(0) \quad (3.34)$$

con *cte.* la constante de proporcionalidad.

Es posible demostrar que de haber considerado $a_{\pm}(z)$ como $\hat{a}_{\pm}(z)$ y $a_{\pm}^*(z)$ como $\hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z)$ la ecuación de propagación se mantiene inalterada en su forma,

$$\frac{\partial \hat{a}_{\pm}(z)}{\partial z} \propto i[2\chi_{xxyy}\hat{a}_{\mp}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\mp}(z) + 2\chi_{xyxy}(\hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\pm}(z) + \hat{a}_{\mp}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\mp}(z))]\hat{a}_{\pm} \quad (3.35)$$

Que puede ser convenientemente escrito con un factor conteniendo la información de simetría $2d = 1 + \chi_{xxyy}/\chi_{xyxy}$

$$\frac{\partial \hat{a}_{\pm}(z)}{\partial z} \propto i[\hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\pm}(z) + 2d\hat{a}_{\mp}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\mp}(z)]\hat{a}_{\pm} \quad (3.36)$$

Esta ecuación de propagación es equivalente a una ecuación de Heisenberg donde la propagación en z toma el lugar de t utilizando la relación $t = -n(\omega)z/c$, y desde donde por argumentos similares a (3.33) se puede comprobar la conservación del

número de fotones con polarización circular, y a través de un cambio de variable la no conservación del número de fotones en los ejes cartesianos. La solución de la ecuación de evolución en similitud al de la ecuación de propagación (3.34) puede ser escrita como

$$\hat{a}_{\pm}(z) = \exp(iKz[\hat{a}_{\pm}^{\dagger}(0)\hat{a}_{\pm}(0) + 2d\hat{a}_{\mp}^{\dagger}(0)\hat{a}_{\mp}(0)])a_{\pm}(0) \quad (3.37)$$

con K una nueva constante de proporcionalidad.

Es posible definir una cuadratura y su correspondiente varianza en orden normal (representando dicho orden por los símbolos $:$ que rodean el operador a expresar en orden normal) $V_{\pm}(\theta, z) = \langle : \hat{X}_{\pm}(\theta, z)^2 : \rangle - \langle : \hat{X}_{\pm}(\theta, z) : \rangle^2$ para el operador evolucionado como,

$$\hat{X}_{\pm}(\theta, z) = \hat{a}_{\pm}(z)e^{-i\theta} + \hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z)e^{-i\theta} \quad (3.38)$$

resultando la varianza

$$V_{\pm}(\theta, z) = 2\Re[(\langle : \hat{a}_{\pm}(z)^2 : \rangle - \langle : \hat{a}_{\pm} : \rangle^2)e^{-2i\theta}] + 2\langle : \hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z)\hat{a}_{\pm}(z) : \rangle - 2\langle : \hat{a}_{\pm}^{\dagger}(z) : \rangle\langle : \hat{a}_{\pm}(z) : \rangle \quad (3.39)$$

Considerando el bra ket entorno a un estado coherente $|\alpha_0\rangle$ quedará para dos cuadraturas ortogonales, tomando como ejemplo $\theta = 0, z$ y $\theta = \pi/2$, y considerando por simplicidad el reescalamiento $Kz = Z$,

$$V_{\pm}(\theta = 0, Z) = 2|\alpha_0|^2[1 - \exp(2|\alpha_0|^2[\cos(Z) - 1])] + 2\Re[\alpha_0^2 \exp(iZ + |\alpha_0|^2(e^{2iZ} - 1)) - \alpha_0^2 \exp(2|\alpha_0|^2[e^{iZ} - 1])] \quad (3.40)$$

$$V_{\pm}(\theta = \pi/2, Z) = 2|\alpha_0|^2[1 - \exp(2|\alpha_0|^2[\cos(Z) - 1])] + 2\Re[\alpha_0^2 \exp(iZ + |\alpha_0|^2(e^{2iZ} - 1)) - \alpha_0^2 \exp(2|\alpha_0|^2[e^{iZ} - 1])] \quad (3.41)$$

El reescalamiento $Kz = Z$ entrega una unidad de evolución natural al sistema, dado que K contenía los efectos del medio, y z es el parámetro de evolución en

este. Desde las ecuaciones de las varianzas normalmente ordenadas, que fundamentalmente significa la resta de una unidad, resulta que cuando estas son negativas, se estará hablando de estados comprimidos (squeezing) ó con fluctuaciones más bajas que el límite clásico, estados accesibles según el parámetro Z de evolución del sistema, según se observa en el Figura 3.4.

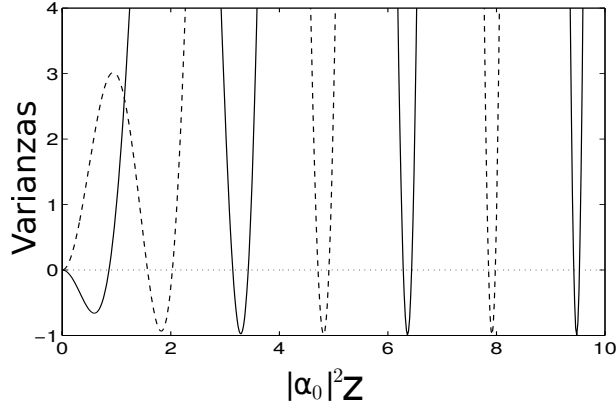


Figura 3.4: Estudio de la varianza para una cuadratura $X(\phi)$ en una evolución del tipo Kerr. En línea sólida se grafican las varianzas para $\phi = 0$ y en líneas punteadas se grafican las varianzas para $\phi = \pi/2$, calculadas en la representación Q , donde las varianzas negativas son considerables como estados comprimidos [9].

ciertos estados de squeezing son imposibles constatar a través de dadas dos cuadraturas, pero si son accesibles vía la varianza de cuadraturas a distintos θ .

Formalmente, y para abordar otra perspectiva más completa, es posible definir para la interacción que genera el efecto Kerr un Hamiltoniano, que para el caso general no monomodal, entendiendo los modos como modos de polarización, tiene la forma

$$\hat{H}_{Kerr} = \frac{\hbar k}{2} [\hat{a}_+^{\dagger 2} \hat{a}_+^2 + \hat{a}_-^{\dagger 2} \hat{a}_-^2 + 4d\hat{a}_+^{\dagger} \hat{a}_-^{\dagger} \hat{a}_- \hat{a}_+] \quad (3.42)$$

Desde donde se sigue directamente a través de la ecuación de Heisenberg con evolución en Z , la ecuación (3.37). Para el caso monomodal, el operador de evolución estará dado por

$$\hat{U}_{Kerr}(Z) = \exp \left[i \frac{Z}{2} \hat{a}_{\pm}^{\dagger 2}(0) \hat{a}_{\pm}^2(0) \right] = \exp \left[i \frac{Z}{2} \hat{n}(\hat{n} - 1) \right] \quad (3.43)$$

el cual conmuta con el operador de número, y que además permite escribir de manera directa a la evolución de un estado

$$|\psi(Z)\rangle = \exp \left[i \frac{Z}{2} \hat{n}(\hat{n} - 1) \right] |\psi(0)\rangle \quad (3.44)$$

Que permite acceder de manera directa a la representación en la base coherente Q de Husimi $Q(\alpha, \alpha^*, Z) = |\langle \alpha | \psi(Z) \rangle|^2$, donde si el estado inicial es un estado coherente $|\alpha_0\rangle$ se tendrá

$$Q(\alpha, \alpha^*, Z) = \exp(-|\alpha|^2 - |\alpha_0|^2) \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha^* \alpha)^n}{n!} \exp[i \frac{Z}{2} n(n-1)] \right|^2 \quad (3.45)$$

y que tendrá importancia para las siguientes secciones, y que además por medio de transformadas de Fourier permite la expresión de las otras representaciones introducidas [5].

Utilizando la representación de Wigner por simplicidad, es posible visualizar para distintos parámetros de evolución la conformación de estados banana mostrado en la Figura 3.5d) y estado gato de Schrödinger (Figura 3.5g)) como una interferencia interna en el espacio de fase, de hecho cambiando la interferencia es posible acceder a otros de interés con simetrías [10], como se ve en la Figura 3.5 f)

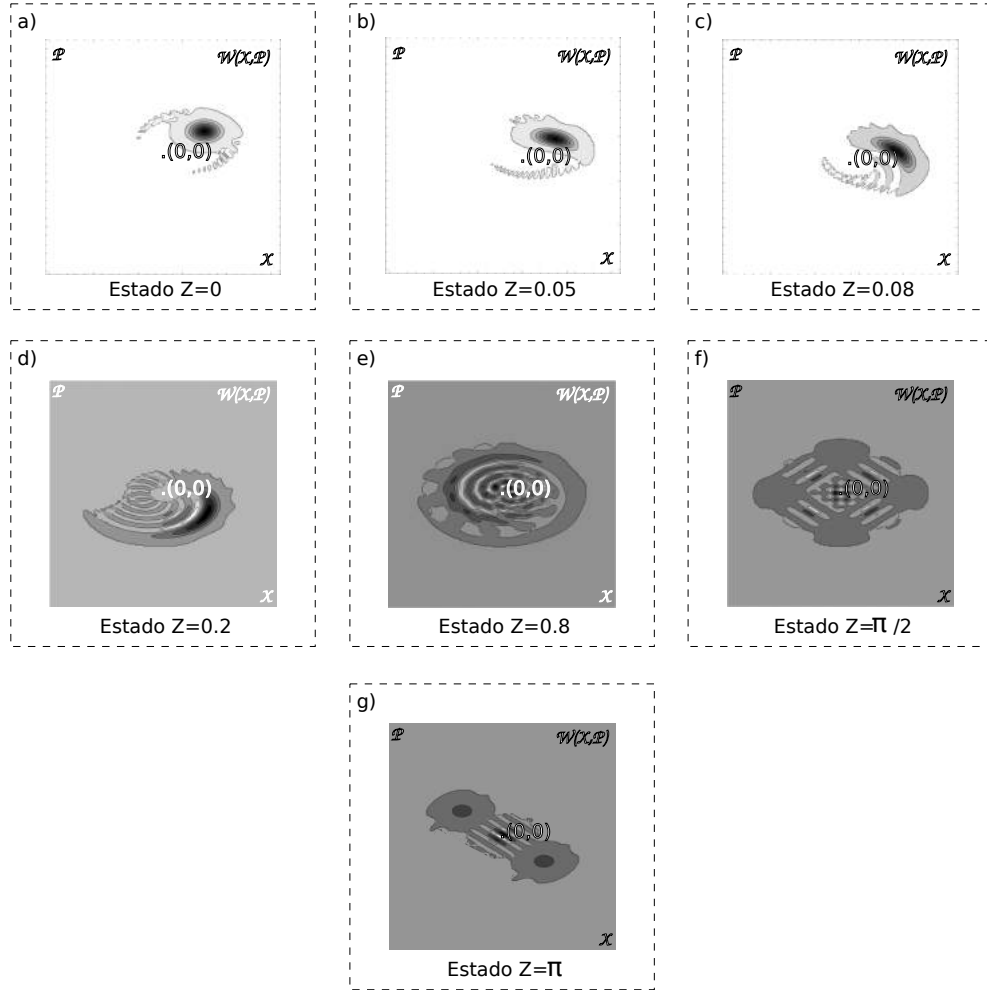


Figura 3.5: Evolución representativa de un estado cuántico para un parámetro Z de fase, directamente proporcional a la no linealidad de Kerr $\chi^{(3)}$ y función de la intensidad. De esta manera se demuestra una accesibilidad a ciertos estados con igual constante de proporcionalidad en una evolución del tipo Kerr. Dentro de estos estados accesibles se considera a) el estado coherente, b) estado del tipo comprimido, c) un estado del tipo comprimido que difiere del comportamiento común, d) estado del tipo banana, e) un estado con indicios de interferencia, f) estados interferidos, g) y estado gato de Schrödinger como continuación de interferencia del estado.

La propagación de otras polarizaciones distintas a la circular requiere de evolu-

ciones no monomodales dadas por el estado inicial coherente $|\alpha_+, \alpha_-\rangle$ y por el operador de evolución

$$\hat{U}_{Kerr}(Z) = \exp \left[i \frac{Z}{2} (\hat{n}_+(\hat{n}_+ - 1) + \hat{n}_-(\hat{n}_- - 1) + 4d\hat{n}_-\hat{n}_+) \right] \quad (3.46)$$

aquí el número de fotones por modos para los dos primeros términos en la exponencial, pasan a ser interpretables como velocidades de evolución y el tercer término una interacción cruzada. El hecho sobre la distinta velocidad de evolución sobre cada modo de polarización permite acceder a nuevos estados de superposición en primer lugar, pero además, define cualidades cuánticas sobre el estado de polarización [11] definido clásicamente por los parámetros de Stokes [12],

$$s_0 = |E_+|^2 + |E_-|^2 \quad (3.47)$$

$$s_1 = E_+^* E_- + E_-^* E_+ \quad (3.48)$$

$$s_2 = -i (E_+^* E_- - E_-^* E_+) \quad (3.49)$$

$$s_3 = |E_+|^2 - |E_-|^2 \quad (3.50)$$

Luego, transformando estos campos clásicos en campos de creación y destrucción de manera análoga como se hizo en la derivación de la evolución de la interacción de la luz con el medio, y calculando el valor de expectación de los operadores de Stokes [9] para cierta evolución dada por el parámetro $Z' = Z(1 - 2d)$, con dos estados iniciales coherentes $|\alpha_+, \alpha_-\rangle$ quedará,

$$\langle s_0 \rangle = |\alpha_+|^2 + |\alpha_-|^2 \quad (3.51)$$

$$\langle s_1 \rangle = 2\Re \left[\alpha_+ \alpha_- \exp \left[(e^{-iZ'} - 1) |\alpha_+|^2 + (e^{iZ'} - 1) |\alpha_-|^2 \right] \right] \quad (3.52)$$

$$\langle s_2 \rangle = 2\Im \left[\alpha_+ \alpha_- \exp \left[(e^{-iZ'} - 1) |\alpha_+|^2 + (e^{iZ'} - 1) |\alpha_-|^2 \right] \right] \quad (3.53)$$

$$\langle s_3 \rangle = |\alpha_+|^2 - |\alpha_-|^2 \quad (3.54)$$

Así entonces, hasta ahora se ha mostrado que dado un efecto no lineal Kerr, es posible generar estados cuánticos diversos a partir de estados coherentes iniciales en cualquier estado de polarización.

3.3.1 Uso de fibras ópticas para la generación de luz cuánticamente interesante en pulsos: Solitones

La aplicación del efecto Kerr a través de un medio material para la generación de estados cuánticos interesantes de luz, requiere en principio de una fuerte interacción del campo electromagnético con el medio, dada la naturaleza de mezcla de cuatro ondas que subyace en este efecto, que permita evolucionar un estado coherente a un estado distintas cualidades en el espacio de fase. Desde el hecho que el efecto Kerr es un fenómeno no-lineal de tercer orden, requiere de una muy alta intensidad del campo electromagnético (3.24), dado que experimentalmente la cantidad de intensidad del campo electromagnético está limitada por las formas de generación del campo, es necesario para evolución del estado cuántico del campo permitir además tiempos largos de interacción hasta lograr el estado cuántico deseado. De aquí que la aplicación de fibras ópticas, como medios isotrópicos que han demostrado largas propagaciones de campos electromagnéticos, surgen como candidatas a la generación de estados cuánticos vía efecto Kerr.

Las fibras ópticas como medios que permiten efectos no lineales del tipo Kerr, poseen ecuaciones de propagación de campos electromagnéticos iguales a los mostrados en (3.29, 3.30). Sin embargo, dada la necesidad de altas intensidades de los campos requeridos para la generación de efecto Kerr, una solución posible es la aplicación de pulsos ultracortos, de manera tal de incrementar la potencia del campo localmente. La aplicación de pulsos en un medio Kerr supone la combinación de campos a distintas frecuencias y relaciones de fases relativos entre ellos generando una envolvente temporal no despreciable en comparación a los cambios del campo

resultante en el espacio, por lo que la ecuación que define la propagación de pulso no permite despreciar el término temporal, que será sensible a los efectos de la dispersión, con lo que la ecuación de onda de la envolvente, eliminando rápidas oscilaciones temporales y espaciales, quedará, donde las variables temporales y espaciales no son las usuales, debido a la incorporación de variables físicas de manera que dimensionalmente la ecuación siguiente no tenga problemas [13],

$$i\frac{\partial\phi(t, z)}{\partial z} = -\frac{\partial^2\phi(t, z)}{\partial t^2} - 2C\phi(t, z)^*\phi(t, z)\phi(t, z) \quad (3.55)$$

Con $C = \omega/cn_2\chi\varepsilon_p^2L_D$, con χ un factor geométrico que define la fibra, ε_p^2 la amplitud de campo sin dimensiones y L_d el largo de dispersión de la fibra, que es inversamente proporcional al módulo del coeficiente de dispersión de segundo orden β_2 (coeficiente de segundo orden de la expansión en serie de Taylor de la dispersión $\beta(\omega)$). Una solución posible y conveniente de esta ecuación es una donde el pulso se mantenga sin cambios, corto, con alto peak de intensidad, a lo largo de toda la propagación, logrado por la solución que equilibra una dispersión, que por tanto debe ser anómala, en una fibra con la no linealidad del tipo Kerr, con una forma de pulso dependiente de las cualidades de la fibra, llamado solitón,

$$\phi(t, z) = \frac{|C|^2}{2}\exp\left(\frac{iC^2z}{4}\right)\operatorname{sech}\left(\frac{Ct}{2}\right) \quad (3.56)$$

y dado que la condición de equilibrio puede ser alcanzada para distintas intensidades con distintas duraciones, se puede generalizar por medio del número de fotones (m), por medio de la aproximación de muchos fotones,

$$\phi_m(t, z) = \frac{|C(m-1)|^2}{2}\exp\left(\frac{i(m-1)C^2z}{4}\right)\operatorname{sech}\left(\frac{(m-1)Ct}{2}\right) \quad (3.57)$$

En similitud al tratamiento de una onda continua, los campos clásicos pueden ser considerados cuánticos con sus respectivas reglas de conmutación de campo bosónico,

$$[\hat{\Phi}(t, z), \hat{\Phi}^\dagger(t', z')] = \delta(t - t')\delta(z - z') \quad (3.58)$$

$$[\hat{\Phi}(t, z), \hat{\Phi}(t', z')] = 0 \quad (3.59)$$

de manera de que se obtiene,

$$i \frac{\partial \hat{\Phi}(t, z)}{\partial z} = - \frac{\partial^2 \hat{\Phi}(t, z)}{\partial t^2} - 2C \hat{\Phi}(t, z)^\dagger \hat{\Phi}(t, z) \hat{\Phi}(t, z) \quad (3.60)$$

El cual es análogo a un resultado de la ecuación de Heisenberg con z como parámetro de evolución y t un parámetro que adquiere sentido únicamente dentro del pulso. Un Hamiltoniano que entrega esta solución para la ecuación de evolución de Heisenberg es

$$\hat{H}_{Kerr} = \hbar \left(\int \frac{\partial \hat{\Phi}^\dagger(t, z)}{\partial t} \frac{\partial \hat{\Phi}(t, z)}{\partial t} dt - C \int (\hat{\Phi}^\dagger(t, z))^2 (\hat{\Phi}(t, z))^2 dt \right) \quad (3.61)$$

Siguiendo el resultado presentado en [14], este Hamiltoniano es similar a un Hamiltoniano de gas de Bosé en una dimensión al que se agrega un potencial atractivo del tipo δ , resuelto por un estado

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} a_n |n; t\rangle \quad (3.62)$$

donde

$$|n; t\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \int dx_1 \dots dx_n \psi_n(x_1, \dots, x_n, t) \hat{\Psi}^\dagger(x_1) \dots \hat{\Psi}^\dagger(x_n) |0\rangle \quad (3.63)$$

Donde $\psi_n(x_1, \dots, x_n)$ resuelve la ecuación,

$$\left(- \sum_j^n \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} - 2C \sum_{1 \leq j \leq n} \sum_{i < j} \delta(x_j - x_i) \right) \psi_n(x_1, \dots, x_n) = E_n \psi_n(x_1, \dots, x_n) \quad (3.64)$$

y, $\psi_n(x_1, \dots, x_n, t) = \psi_n(x_1, \dots, x_n) \exp(-iE_n t)$

Luego por analogía a (3.62), las autofunciones del Hamiltoniano del tipo Kerr, está dado por

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_0^n}{n!} \exp(-|\alpha_0|^2/2) \left(\int \phi_n(t, z) \hat{\Phi}^\dagger(t) dt \right)^n |0\rangle \quad (3.65)$$

para a_n que permita una distribución del tipo Poissoniano. Asumiéndose un estado de número de fotones consecuente a (3.63)

$$|n; t\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\int \phi_n(t, z) \hat{\Phi}^\dagger(t) dt \right)^n \quad (3.66)$$

De esta manera definiendo una base coherente con una envolvente clásica igual al solitón a propagar, indexado por $\phi(t, z)$, donde la base de número es definible por

$$|n, \phi(t, z)\rangle = \frac{1}{\sqrt{n!}} \left(\int \phi(t, z) \hat{\Phi}^\dagger(t) dt \right)^n \quad (3.67)$$

que tiene idéntico sentido que en (3.66) de creación de fotones con una envolvente adecuada. Resulta esta base coherente ser,

$$|\alpha(\phi(z, t))\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} \exp(-|\alpha|^2/2) \left(\int \phi(t, z) \hat{\Phi}^\dagger(t) dt \right)^n |0\rangle \quad (3.68)$$

lo que permite descomponer el solitón originalmente coherente a propagar, en la base de autofunciones del Hamiltoniano del tipo Kerr (3.65), a través de proyecciones del tipo $\langle \Psi | \alpha(\phi(z, t)) \rangle$. Donde $|\langle \Psi | \alpha(\phi(z, t)) \rangle|^2$ es la representación Q de Husimi para el pulso propagado un parámetro z , donde dadas las reglas de conmutación bosónicas de los operadores de creación y destrucción, y realizando la integral en la variable t , quedará descrita por

$$Q(\alpha, \alpha^*, Z) = \exp(-|\alpha|^2 - |\alpha_0|^2) \left| \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha^* \alpha_0)^n}{n!} \exp\left[i \frac{Z''}{2} n(n^2 - \bar{n}^2)\right] \right|^2 \quad (3.69)$$

con α_0 , el estado coherente inicial del pulso, donde \bar{n} es el número medio de fotones del pulso a propagar en la fibra, igual a $\bar{n} = |\alpha_0|$, y $Z'' \propto Z$ una variable que parametriza la evolución. De aquí resulta posible definir como variable la diferencia $\Delta = n - \bar{n}$ en vez de n , dejando la representación Q de Husimi igual a,

$$Q(\alpha, \alpha^*, Z) = \exp(-|\alpha|^2 - |\alpha_0|^2) \left| \sum_{\Delta=-\bar{n}}^{\Delta=\infty} \frac{(\alpha^* \alpha_0)^{\bar{n}+\Delta}}{(\bar{n} + \Delta)!} \exp\left[i \frac{Z''}{2} (2\bar{n}^2 \Delta + 3\bar{n} \Delta^2 + \Delta^3)\right] \right|^2 \quad (3.70)$$

Desde donde se puede notar que; Dado el alto número de fotones en un solitón, es posible despreciar en la sumatoria el término $\exp(iZ''\Delta^3/2)$ en la consideración de distancias cortas de propagación, a diferencia del caso de distancias largas donde dada la naturaleza periódica de la función este término puede ser apreciable. De esta manera, para el caso de corta propagación, salvo por una fase $\exp(i\bar{n}^3)$, sin repercusión física, la representación de evolución de un solitón en un medio Kerr, es similar a su símil de onda continua dado por (3.45). Consecuente con esta aproximación, se puede afirmar que los solitones en una fibra pueden acceder, con distinta velocidad, a similares estados cuánticos que un campo simple propagante. Basados en los cálculos numéricos de [14], con solitones de $130fs$, un número de fotones $n \approx 10^9$ y un $C = 5 \cdot 10^{-9}$, estados de gato de Schrödinger son accesibles con $z \approx 10^8m$, y el término de discrepancia entre el modo simple y el modo solitónico ($\exp(iZ''\Delta^3/2)$) comienza a ser apreciable a $z \approx 10^9m$, siendo bastante cercano el comportamiento de un modo de onda continua respecto del solitón para distancias razonables de laboratorio.

La consideración de interacción entre el campo y el medio únicamente a través del efecto Kerr, es una aproximación en general inválida que supone procesos que conservan energía y tiene tiempos de respuesta inmediata. En fibras ópticas como un medio en particular que permite el efecto Kerr, deben ser considerados además procesos espontáneos de interacción inelásticos [7] con el medio, generando respuestas no inmediatas. La naturaleza inelástica del proceso implica una transferencia energética $\delta E = h\delta\nu$, trasladando el espectro del campo hacia el infrarojo. Dependiendo de la cantidad de energía transferida, o del cambio de las frecuencias campo ingresante (ω_{in}) al dispersado (ω_{dis}), puede ser fenomenológicamente separada por; para muy baja transferencia ($\omega_{in} \approx \omega_{dis}$), denominado dispersión de Brillouin (Brillouin scattering), mientras que para alta transferencia ($\omega_{in} > \omega_{dis}$) se denomina dispersión de Raman (Raman scattering). El primer proceso, fundamentalmente puede ser comprendido como la generación de fonones en el medio,

mientras que el segundo es una respuesta no lineal dada la transferencia de energía a la red $E(\mathbf{r}, t) \int \chi_r(t-t')E(\mathbf{r}, t')E(\mathbf{r}, t')dt'$, similar matemáticamente al efecto Kerr [15], y pudiendo relacionar el tensor de susceptibilidad del medio χ_{med} como $\chi_{Kerr} = \Re[\chi_{med}]$ y $\chi_r = \Im[\chi_{med}]$, con este subíndice r debido a la generación de efecto Raman. Ambos efectos de origen aleatorio, presentan un incremento de naturaleza exponencial con la distancia de propagación del campo de manera estimulada [13], generando un efecto de ruido extra sobre la señal (excess noise). Debido a las altas intensidades del campo para la generación de estados cuánticos interesantes, la dispersión Raman es dominante por sobre la de Brillouin generándose para el caso solitónico un fuerte corrimiento al infrarrojo como el reportado en [16], y por ende un fuerte ruido extra a la señal cuántica, limitando esencialmente los largos de las fibras con las cuales tiene sentido generar estados cuánticos, siendo reportado en la literatura casos de hasta algunos pocos kilómetros para solitones del orden de picosegundos [17], y decenas de metros para solitones de femtosegundos, que únicamente permiten acceder a estados comprimidos, que será al tema al que se acotará la discusión de ahora en adelante.

3.3.2 Estados comprimidos en el número de fotones en Solitones:

Desde la ecuación de propagación de pulsos ultracortos en medio no lineales Kerr, despreciando los efectos disipativos tipo Raman y Brillouin, asumiendo por tanto cortos desplazamientos en una fibra, la evolución de los operadores de campo puede ser escrita alternativamente como,

$$\frac{\partial \hat{\Phi}(t, z)}{\partial z} = i2C\hat{\Phi}(t, z)^\dagger \hat{\Phi}(t, z)\hat{\Phi}(t, z) + iF^{-1}[(\beta(\omega) - \beta_0)F(\hat{\Phi}(t, z))] \quad (3.71)$$

Con F la transformada de Fourier, y $(\beta(\omega) - \beta_0)$ el término de dispersión cromática relativa al centro del pulso ultracorto.

Principalmente los estados comprimidos en representaciones como Q de Husimi o Wigner, son fundamentalmente estructuras gaussianas achatadas respecto del estado coherente, no llegando aún a tener consideraciones de quasi-probabilidades negativas. Este hecho hace que el estado $\hat{\Phi}(t, z)$ pueda ser aproximado como un estado clásico con una perturbación,

$$\hat{\Phi}(t, z) = \Phi(t, z) + \hat{\xi}(t, z) \quad (3.72)$$

Con esta expansión se sigue una ecuación de evolución para la parte clásica (un punto en el espacio de faseShro) y otra para la perturbación [19],

$$\frac{\partial \Phi(t, z)}{\partial z} = i2C\Phi(t, z)^*\Phi(t, z)\Phi(t, z) + iF^{-1}[(\beta(\omega) - \beta_0)F(\Phi(t, z))] \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial \hat{\xi}(t, z)}{\partial z} = i2C|\Phi(t, z)|^2\hat{\xi}(t, z) + iC\Phi(t, z)^2\hat{\xi}^\dagger(t, z) - \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2 \hat{\xi}(t, z)}{\partial t^2} + \dots \quad (3.74)$$

Con β_2 proveniente de la expansión en serie de Taylor, $\beta(\omega) = \beta_0 + (\omega - \omega_0)\beta_1 + 1/2(\omega - \omega_0)^2\beta_2 + \dots$. Ambas ecuaciones pueden en principio ser resueltas a través del método de Fourier a pasos (split-step Fourier Method)[18], que resuelve las ecuaciones considerando pequeños desplazamientos en la variable a resolver, utilizando el resultado del paso anterior en un proceso iterativo. Dada esta metodología, esencialmente, la solución para $\hat{\xi}(t, z)$ será una combinación lineal de $\hat{\xi}(t, 0)$ y $\hat{\xi}^\dagger(t, 0)$ de manera tal que mezclen la información del pulso temporalmente, generándose una estructura del tipo,

$$\hat{\xi}_t(z) = \sum_m \mu_{t,m}(z)\hat{\xi}_m(0) + \rho_{t,m}(z)\hat{\xi}_m^\dagger(0) \quad (3.75)$$

Esto implica una ecuación de evolución sobre las matrices $\mu_{t,m}(z)$ y $\rho_{t,m}(z)$, esquivando el proceso del método de Fourier a pasos sobre los operadores matemáticamente abstractos, pero conteniendo la misma información, dadas por;

$$\frac{\partial \mu_{t,m}(z)}{\partial z} = i2C|\Phi(t, z)|^2\mu_{t,m}(z) + iC\Phi(t, z)^2\rho_{t,m}(z) - \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2 \mu_{t,m}(z)}{\partial t^2} \quad (3.76)$$

$$\frac{\partial \rho_{t,m}(z)}{\partial z} = -i2C|\Phi(t,z)|^2\rho_{t,m}(z) - iC\Phi(t,z)^2\mu_{t,m}(z) + \frac{i}{2}\beta_2\frac{\partial^2\rho_{t,m}(z)}{\partial t^2} \quad (3.77)$$

Con las condiciones iniciales $\mu_{t,m}(0) = \delta_{m,t}$ y $\rho_{t,m}(0) = 0$. Desde donde se desprende numéricamente el tipo de estado comprimido, pero además, aspecto que cobrará mayor sentido en el siguiente capítulo, se ha presentado un aspecto de evolución espacial en el pulso propenso de ser analizado internamente, una estructura cuántica interna. Esta aproximación resulta ser adecuada principalmente para solitones, teniendo discrepancias para casos no solitónicos debido a los fuertes cambios que sufre el pulso $\Phi(t, z)$ en su evolución [19].

Desde las ecuaciones de propagación presentadas (3.33, 3.44), se sigue que el estado cuántico generado en un medio Kerr debe conservar el número de fotones y su estadística, quedando confinado a una zona del espacio de fase donde se cumpla la condición. Esta restricción sobre la variabilidad de estados comprimidos puede ser modificada a través de un operador de desplazamiento, o una traslación en el espacio de fase, de donde se puede mostrar gráficamente en la representación de Wigner una tendencia a una compresión de amplitud (Amplitude Squeezing) como se ve en la Figura 3.6, que la literatura permite denominar estado comprimido en el número de fotones, dada la proclividad del sistema a formar anillos, que es la representación correcta de la compresión en el número de fotones (Photon-number squeezing, ver Figura 3.3), como se sigue de la Figura 3.5, donde posterior al estado comprimido existe un estado comprimido arqueado que aproxima más este estado al anillo que a un usual estado de compresión de amplitud. En el sentido presente, se utilizará el concepto de estado comprimido de amplitud y comprimido en el número de fotones indistintamente de aquí en adelante.

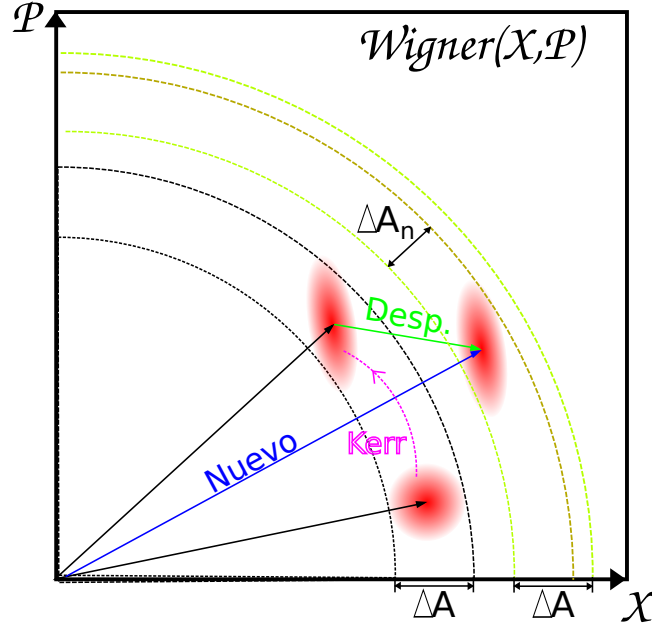


Figura 3.6: Representación de Wigner conceptual entre generación de compresión en el número de fotones dado el hecho que la evolución tipo Kerr conserva las fluctuaciones en la amplitud (ΔA), por lo que al generar un desplazamiento, la cantidad de ruido en la amplitud para esta nueva situación (ΔA_n) es menor a la anterior fluctuación.

Formalmente, el operador de desplazamiento, definido por $D(\varsigma) = \exp(\varsigma \hat{a}^\dagger - \varsigma^* \hat{a})$ [3], genera sobre el operador \hat{a} un corrimiento $\hat{a} + \varsigma$, repercutiendo sobre el valor de expectación del operador de número de fotones para un estado inicialmente en un estado coherente α_1 , evolucionado por un efecto del tipo Kerr en un parámetro de evolución Z , dado sintéticamente por $|\psi(Z)\rangle$,

$$\langle \psi(Z) | (\hat{a}^\dagger + \varsigma^*) (\hat{a} + \varsigma) | \psi(Z) \rangle = \alpha_1^2 + \varsigma^2 + 2\alpha_1 \varsigma e^{4\alpha_1^2 \sin^2(Z/2)} \cos(\arg(\varsigma) + \alpha_1^2 \sin(\tau)) \quad (3.78)$$

Lo que implica una varianza en el número de fotones

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2 = \\ \langle \hat{n} \rangle - 4\alpha_1^3 \varsigma e^{4\alpha_1^2 \sin^2(Z/2)} \sin(Z) + 2\alpha_1^2 \varsigma^2 (1 - e^{\alpha_1 [2\sin(Z)]} \cos(Z - 4\alpha_1^2 \sin^2(Z/2) \sin(Z))) \end{aligned} \quad (3.79)$$

de donde se sigue una mayor diversidad de estados cuánticos generables vía aplicación del efecto Kerr.

La realización experimental de este desplazamiento puede ser llevado a cabo a través de un pulso clásico A_2 , mezclados interferométricamente con el cuánticamente interesante $\hat{A}_1 = A_1 + \hat{a}_1$, de manera tal de generar un estado resultante $\hat{A}_{Resultante} = (rA_1 + tA_2) + r\hat{a}_1$, con t y r coeficientes de transmisión y reflexión respectivamente en el proceso interferométrico.

Desde que el acople interferométrico de dos pulsos requiere la coincidencia espacial y temporal de las dos señales, además de que ambos tengan las mismas frecuencias centrales, y que ambos aspectos, tanto temporales como espectrales tengan relación a efectos producidos en la fibra, pues el efecto Kerr modifica el índice de refracción en función de la intensidad, y el efecto de dispersión Raman corre el espectro hacia el infrarojo en función de la intensidad, resulta natural considerar la situación de dividir el pulso, dejar que ambos se propaguen en la misma, o en diferentes pero similares fibras, para poder generar el acoplamiento interferométrico [20]. Una condición necesaria para producir el efecto de generación de un estado cuánticamente interesante y el posterior desplazamiento, es no permitir la interacción entre pulsos copropagantes, evitando efectos adicionales a los deseados, y que puede ser logrado a través de la separación de los pulsos en polarización y la aplicación de fibras que preserven polarización (polarization maintaining fibers), generadas a través de una pequeña birrefringencia definiendo caminos privilegiados, en un montaje experimental que aproximadamente preserve el número de fotones. Con los pulsos copropagantes en la fibra, la mezcla interferométrica debe ser hecha a través de un mezclador de manera tal que la reflectividad (R) para el campo a desplazar sea cercana a la unidad, preservándose el estado cuántico, y la transmisión por ende sea muy baja, como se ve en la Figura 3.7. El campo final, separando la componente clásica (un punto en el espacio de fase) y la componente de fluctuación, estará dado por

$$A_{final} = \sqrt{R}A_1 + \sqrt{T}A_2e^{i\phi} \quad (3.80)$$

$$\hat{a}_{final} = \sqrt{R}\hat{a}_1 + \sqrt{T}\hat{a}_2e^{i\phi} \quad (3.81)$$

Con ϕ , un cambio pequeño de fase posible. La naturaleza perturbativa de los campos \hat{a}_i permiten aproximar $\hat{a}_{final} = \sqrt{R}\hat{a}_1$, pero con la salvedad del cambio de orientación y tipo de compresión impuesto por el desplazamiento en el campo final interferométricamente mezclado.

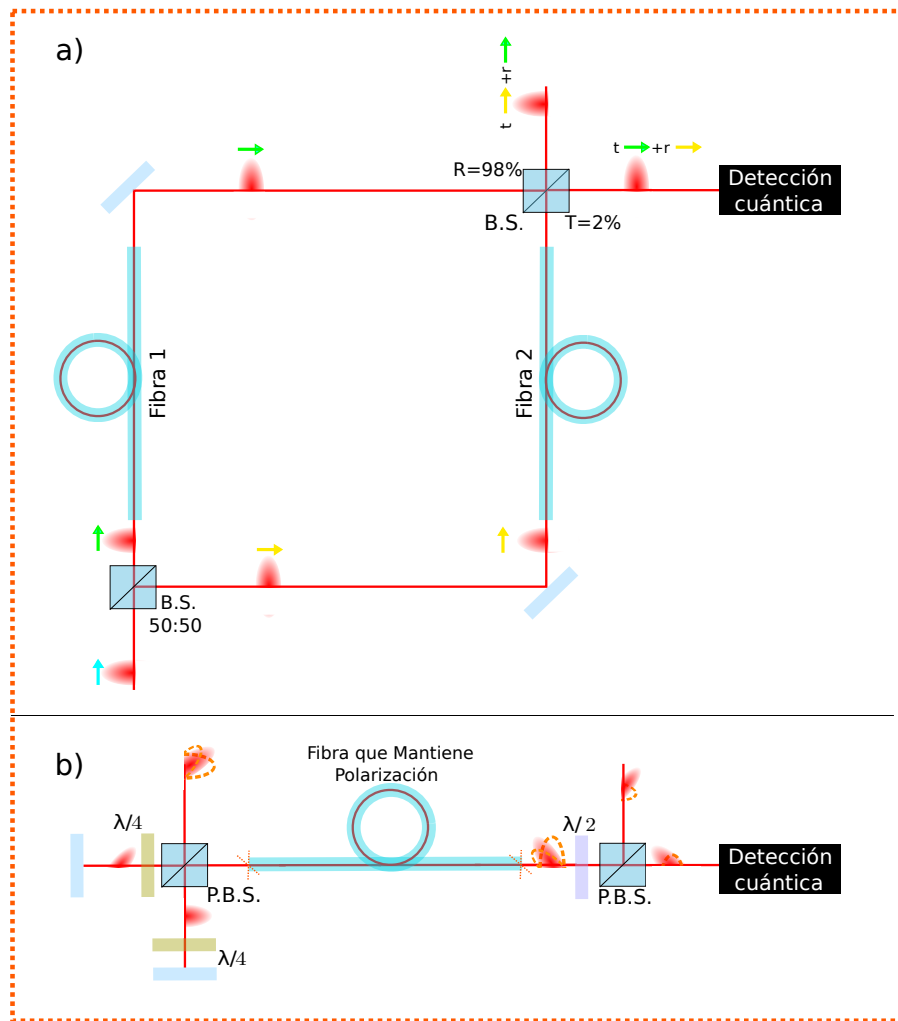


Figura 3.7: a) Montaje interferométrico del tipo Mach Zehnder para generar desplazamiento de un estado utilizando dos fibras independientes, con un divisor de haces no balanceado en la mezcla final. b) similar concepto utilizando canales de polarización como fibras distintas en fibras que preservan polarización, en una

metodología interferométrica del tipo Michelson, y diodos ópticos (presentado en mayor detalles en la sección 3.4.3), que es permitido por las láminas de cuarto de onda ($\lambda/4$), láminas de media onda ($\lambda/2$) y divisor de haces por polarización (P.B.S.).

3.3.3 Estados comprimidos en pulsos no solitónicos:

La generación de estados comprimidos del campo electromagnético vía la aplicación de fibras ópticas depende fuertemente disponer de altas intensidades a lo largo de éstas. Esta condición puede ser cumplida por solitones, pulsos que equilibran la dispersión anómala con los efectos no lineales a lo largo de la fibra, no afectándose su forma en la propagación, y por ende permitiendo largas distancias con altas intensidades. Sin embargo, en general los medios transparentes de los que están hechos las fibras ópticas, tienen una dispersión normal para el espectro visible e infrarojo cercano, siendo imposible la generación de solitones con estas longitudes de onda comunes para situaciones experimentales, como en pulsos generados en láseres pulsados de titanio zafiro (Ti:Sa).

Para generar un estado fuertemente comprimido para un pulso no solitónico propagándose en una fibra, deben ser considerados los siguientes aspectos, consecuente a lo tratado en las secciones anteriores:

1. Dados los efectos de ruido de baja (dispersión de Brillouin) y alta intensidad (dispersión de Raman) provocados en la fibra, el largo de esta que maximiza la compresión del estado cuántico debe ser tal que los perfiles de intensidad, que se irá modificando en la propagación por la dispersión normal del medio, en los extremos de la fibra permitan generar una tasa de compresión del estado cuántico más alta que la supresión del estado generado por el exceso de ruido. Por lo que es esperable una fibra de no larga extensión.
2. De la dispersión cromática normal de la fibra, además de la condición sobre los

bordes y la tasa de compresión del estado cuántico, se sigue que la situación que genera mayor compresión del estado cuántico, está dado por un pulso inicial con una curva de pre-fase original, tal que el pulso en su evolución sufra una contracción en su perfil de intensidad hasta un máximo, con una fase constante, y luego se alargue hasta un punto final alcanzando una forma idéntica a la original en su intensidad, pero con curva de fase invertida respecto del origen, de manera que la máxima compresión esté en el centro de la fibra, maximizando la interacción no lineal.

Se ha reportado en la literatura, la generación de luz comprimida pulsada en regímenes no solitónicos utilizando fibras monomodales, que maximizan la interacción no lineal (hecho tratado en la sub-sección 3.4.2 de la sección 3.4), y pulsos del orden de femtosegundos, con compresiones del vacío del orden de -4.8 dB [21] y compresiones del número de fotones en -3.1dB [22] en montajes como los mostrados en la Figura 3.4. En la siguiente sección se abordará el montaje experimental y resultados en la generación de luz pulsada comprimida para el número de fotones con pulsos no solitónicos en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cuántica de la Pontificia Universidad Católica de Chile en el marco de esta tesis.

3.4 Generación de luz comprimida pulsada: Montaje experimental y Resultados

En la presente sección se abordará en detalle el montaje experimental para la generación de luz pulsada comprimida para el número de fotones con pulsos no solitónicos realizado en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cuántica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, exponiéndose sus desafíos, soluciones, parámetros experimentales y resultados obtenidos. Por motivos pedagógicos, la presentación del montaje será dividida en subsecciones ordenadas de la siguiente manera; Consecuente

a lo mostrado en las secciones anteriores, con fin de mejorar la compresión del estado cuántico, es necesario en primera instancia agregar una fase previa a los pulsos de manera de maximizar la interacción no lineal, como es mostrado en la subsección *Preparación de la relación de fase*, en un segundo paso, es requerido considerar las condiciones para el acoplamiento entre el haz de pulsos y la fibra, comentado en *Acoplamiento haz-fibra*, proceso que debe ocurrir en un interferómetro diseñado para la generación del desplazamiento, con fin de lograr compresión en el número de fotones, detallado en su montaje en la subsección *Interferómetro*, y medido en un detector homodino preparado para detectar fluctuaciones en la intensidad, mostrado en la subsección *Detector Homodino*, cuyos resultados son expuestos en la subsección *Resultados*.

3.4.1 Preparación de la relación de fase en el pulso:

La preparación de la relación de fase (que se denominará pre-fase), en este contexto, es una relación de fase adicionada a un pulso de manera que la interacción no lineal se vea potenciada a lo largo de la interacción no solitónica entre el pulso y la fibra. De manera que esta fase agregada es función del largo de la fibra con la cual se interactúa, pues fibras más largas puede requerir distintas fases para esta maximización. Sin embargo, el efecto deseado de compresión de las fluctuaciones intrínsecas del campo para ser apreciables, deben ser más importante que fuentes de ruido adicionales que cambien el nivel de fluctuaciones globales de la señal. Por consecuencia, y dada la existencia de fuentes de ruido propias en la interacción del campo con la fibras, como dispersión de Brillouin y Raman, que se amplifican con el largo de la fibra, es que debe considerarse un largo de fibra finito, tal que el largo permita efectos no lineales que modifiquen el estado cuántico a uno comprimido, pero que este no sea fuertemente ensuciado por estas dispersiones. En este contexto, para pulsos de 100 fs, centrados en $\lambda_c = 810nm$, con intensidades de 5 hasta 60 mW y con tasas de repetición de 79.2MHz, en fibras PM780-HP (NUFERN) se han propuesto y

medido un largo óptimo para éstas de 40 cm [21]. De manera, que el experimento desarrollado tiene este largo de fibra, y será sobre el cual se maximizará la interacción no lineal.

Considerando una largo de fibra de 40 cm y con una dispersión para 810 nm igual a $\beta_2 = 38.1ps^2/km$, y dado el hecho ya mencionado, que el máximo de intensidad debe estar en la mitad de la fibra (L), vale decir 20 cm para este caso, resulta conveniente agregar una relación de fase preparada a través de un par de prismas Brewster, dispuestos como en la Figura 3.8, de un material (mat) con una separación (D), considerando despreciable el camino dentro de los prismas dada la distancia D , igual a (Una pedagógica explicación de la ecuación de dispersión para prismas puede ser encontrada en [23])

$$-D \frac{2\lambda}{\pi c^2} \left(\frac{dn_{mat}(\lambda)}{d\lambda} \right)^2 = \beta_2 L \quad (3.82)$$

de manera que para un par de prismas de material SF-11, y c la velocidad de la luz, la distancia entre primas que permite una compensación de la fase en la mitad de la fibra para maximizar la compresión del estado cuántico será de 145 cm, que es dividido en dos por efectos de ida y vuelta.

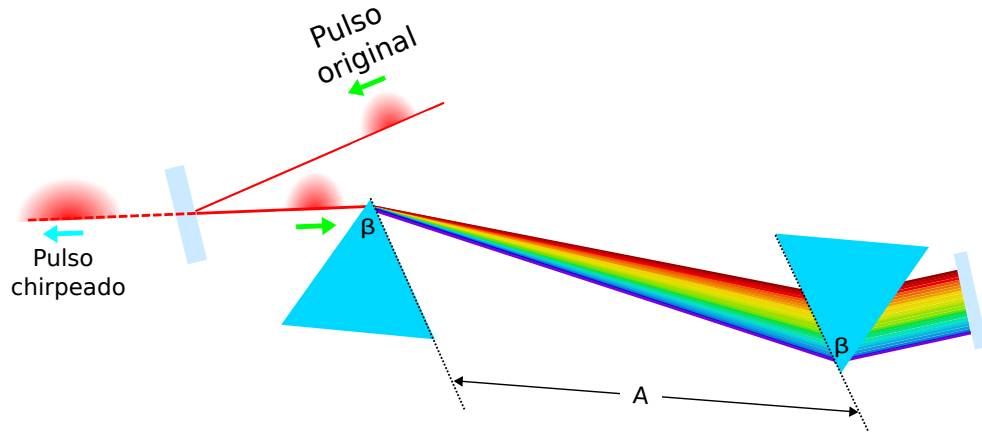


Figura 3.8: Preparación de la relación de fase compensado en la fibra a interactuar por un par de prismas a un pulso ingresante original, donde la distancia A es la distancia de separación entre prismas. En el montaje presentado, esta distancia A es de 72.5 cm considerando el ida y vuelta de la onda electromagnética. Además fue

realizado tal que el rayo tenga una inclinación del orden de un grado o menor, para que en su retorno al haz logre pasar por sobre el espejo y salga del sistema.

3.4.2 Acoplamiento haz-fibra

Una fibra óptica puede ser caracterizada de manera simple por un material cilíndrico recubierto de otro material. La literatura denomina a la primera zona interior con el nombre de núcleo, y por donde se guía la onda electromagnética (OEM), y a la segunda recubrimiento, que permite gracias al contraste de índice de refracción mantener a la onda confinada en la primera zona. Dependiente del ancho del núcleo, deben ser tomadas en cuentas distintas consideraciones físicas; si el ancho del núcleo es comparable con la longitud de onda de la OEM, deben ser tomados en cuenta efectos de borde que permitan el guiamiento de la onda, mientras que si el núcleo es ordenes de magnitud mayor que la longitud de onda de OEM, la representación pictórica de una onda reflejándose resulta ser una buena aproximación. En el primer caso, al existir un confinamiento por condiciones de borde, es esperable dada la pequeña área transversal que amplifiquen el efecto de respuesta no lineales de materiales, en este sentido, candidateando a las fibras de núcleo pequeño para generar dichas respuestas de manera apreciable, si el campo propagado tiene una intensidad que lo permite.

Considerando una fibra con un radio de núcleo del orden de la longitud de onda, es posible demostrar desde las ecuaciones de Maxwell con las condiciones de borde cilíndricas y un radio de núcleo bien definido por un parámetro a , que las soluciones de la ecuación radial están dadas por polinomios de Bessel, una buena fuente bibliográfica para el tema es el capítulo 3 de [13], en función del radio y de los parámetros físicos

$$u = (k_{rec}^2 - \iota^2)a \quad (3.83)$$

$$w = (k_{nuc}^2 - \iota^2)a \quad (3.84)$$

con k_{rec} y k_{nuc} números de onda asociados al vector de onda en el recubrimiento y en el núcleo respectivamente, y ι la componente transversal de este vector. Donde estas cantidades están asociadas de manera que,

$$u^2 + w^2 = V^2 \quad (3.85)$$

con el número V , un parámetro de acoplamiento entre una fibra y onda electromagnética con longitud de onda en el vacío λ_0 dado por,

$$V = \frac{2\pi}{\lambda_0} a NA = \frac{2\pi}{\lambda_0} a \sqrt{(n_{nuc}^2 - n_{rec}^2)} \quad (3.86)$$

donde NA, es la constante de apertura numérica de la fibra (igual al seno del ángulo de ingreso máximo que tolera la fibra), dependiente del índice de refracción de ambos materiales, el que conforma el núcleo y el recubrimiento. A través de este número V , es posible determinar la posibilidad de acoplamiento entre modos transversales de onda descritos por los polinomios de Bessel, y su relación entre la potencia guiada en el núcleo y la total guiada para una fibra óptica, dada la posibilidad de guiamiento en el recubrimiento, como se ve en la Figura 3.9.

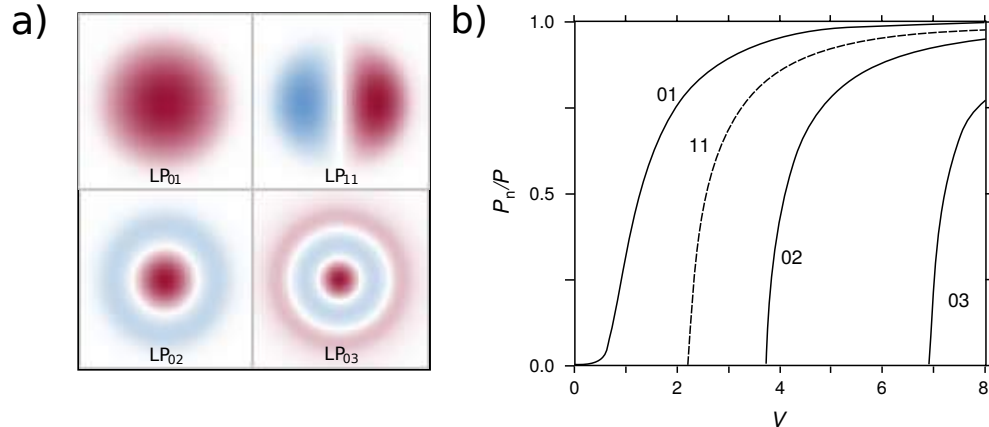


Figura 3.9: a) Modos linealmente polarizados LP [24] b) potencia núcleo (P_n) sobre la potencia total guiada (P) en función del número V para distintos modos LP [13]

De esta manera, para una fibra PM780-HP (NUFERN), con $NA = 0.12$, $a = 4.5\mu m$ y $\lambda_0 = 810nm$, el número V es igual 2.1, lo que implica un sólo modo posible

de ser guiado, dado por el modo linealmente polarizado LP 01, donde el primer índice refiere a propiedades del ángulo azimutal, y el segundo refiere a propiedades radiales. Luego, el haz a guiar en esta fibra debe tener un frente de onda de este tipo, además de tener un tamaño cercano al del núcleo para que el máximo de intensidad ingrese, por maximización de la coincidencia con el modo que sobrevive en la fibra.

Si el haz ingresante tiene un modo LP 01, es sólo requerido formar un enfocamiento tal que logre un frente de onda plano con un ancho de haz similar al del núcleo, de manera que, dado el tamaño de orden de micrómetros de esta zona, deben ser evitadas las aberraciones, convirtiéndose en la mejor opción para este fin, una lente esférica de corta distancia focal, pero adecuada para la apertura numérica. Consecuentemente, para minimizar el ancho de haz posterior a la lente esférica en la distancia focal, es útil un angostamiento del haz previo a la lente, por lo que es sugerido, para maximizar el acoplamiento, el uso de un telescopio que prepare el haz al enfocamiento, de manera que el haz justo antes de acoplarse con la fibra tenga un ancho del orden del núcleo.

Si bien, el sistema telescopio-lente esférica para lograr un máximo de acoplamiento en la fibra es útil y común en estos sistemas, es de alineamiento fino, tanto para la posición del haz respecto de los telescopios y lente, como para el ingreso en la fibra, donde de hecho es necesaria una base móvil ajustable (translation stage) en XYZ con desplazamientos del orden de micrómetros. Sin embargo, en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cuántica de la Pontificia Universidad Católica de Chile, al no disponerse de un control de temperatura sobre la sala, más allá que la que ofrece un aire acondicionado de uso doméstico, el alineamiento telescopio-lente-fibra, resultaba satisfactorio sólo en el orden de aproximadamente 5 minutos por la dilatación y contracción térmica en el montaje, no permitiendo realizar mediciones sobre el estado cuántico de la luz, por lo que se optó a bajar la eficiencia de acoplamiento del sistema, reemplazando el telescopio por una lente de larga distancia focal tal que el foco este en la posición de la lente esférica, utilizando el hecho que el rango de

Rayleigh (zona de inflexión de un rayo gaussiano, sobre el tema se propone leer [25]) para una lente de distancia focal larga es también largo, y a su vez el ancho de haz es finito, pero por algunos factores más pequeño que el haz ingresante, como se ve en la Figura 3.10, donde se dejan expuestas las distancias focales de ambas lentes y distancias físicas entre los elementos ópticos usados en el laboratorio.

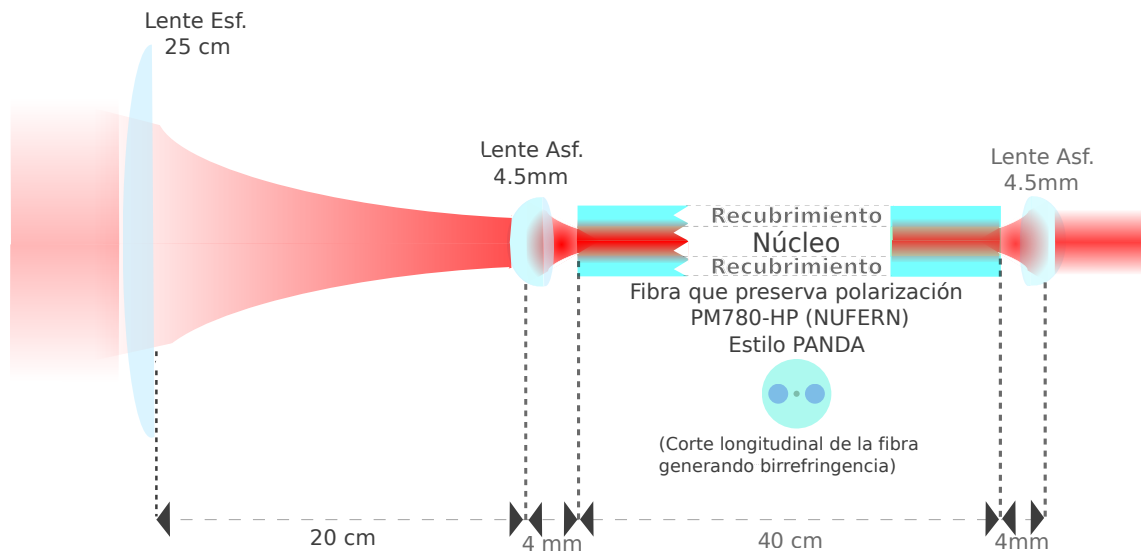


Figura 3.10: Sistema de acoplamiento fibra con tren de pulsos, donde fueron utilizados lentes esféricas en la salida y entrada de distancia focal 4.5 mm y lentes esféricas de distancia focal de 25 cm para mejorar el acoplamiento, generando un foco a una distancia de 20 cm, dado que el rayo no tiene frente de onda plano. Además se muestra un corte transversal de la fibra utilizada, estilo PANDA, que produce la birrefringencia necesaria para preservar polarización.

3.4.3 Interferómetro

Como fue mencionado en la sección 3.3.2, para una compresión del estado cuántico interpretable como compresión en el número de fotones, es requerido un desplazamiento generado por la mezcla interferométrica de un haz comprimido con otro en estado de polarización ortogonal, en el caso donde ambos haces son guiados por la misma fibra en un montaje del tipo interferómetro de Michelson como se muestra

en la Figura 3.11, utilizando los canales para distinta polarización en una fibra que la preserva (Polarization maintaining fiber). En este sentido para la construcción de un interferómetro útil a este fin, deben ser considerados tres hechos; el primero, maximizar la energía entrante a la fibra, el segundo, la necesidad poder definir experimentalmente la dirección de los ejes de birrefringencia, pues de entrar con un pulso con un ángulo respecto de estos, se generará una descomposición del pulso en componentes viajando más lento en un canal y más rápido en otro, minimizándose los efectos no lineales, y en tercer lugar, la consideración de que los pulsos viajando en ambos canales deben mezclarse interferométricamente, por lo que es necesaria su salida de la fibra a tiempos iguales, de manera que debe ser compensada la diferencia de camino óptico.

Para la primera consideración, se utilizó el principio de un diodo óptico en un interferómetro de Michelson, donde un rayo ingresante con polarización lineal ingresa a un divisor de haces por polarización, separándose la polarización paralela de la perpendicular, y donde cada haz pasa a través de una lámina de cuarto de onda ($\lambda/4$) que cambia su estado a polarización circular, de manera que al reflejarse y pasar nuevamente por la lámina $\lambda/4$ su polarización se vuelve ortogonal respecto a su primer ingreso en la lámina, transmitiéndose a lo largo del divisor de haces por polarización en el caso que en una primera instancia haya sido reflejado, y vice versa. Este tipo de interferómetro minimiza las pérdidas, y es ajustable para las intensidades relativas de brazos a través de una lámina de media onda $\lambda/2$ para 808 nm, como se ve en la Figura 3.11. Además, y en el mismo sentido de reducir las pérdidas, tanto el interferómetro como el sistema de pre-fase, fue montado usando exclusivamente espejos de plata con ángulos menores a los treinta grados relativos a la dirección del haz con el vector normal a la superficie de espejos, que resultan ser las con menor absorción entre los espejos metálicos según las ecuaciones de Fresnel para esta longitud de onda.

Para la segunda consideración, se permitió el ingreso de un haz no pulsado con

polarización lineal bien definida, y se antepuso una lámina $\lambda/2$ antes del ingreso a la fibra. Posterior a su paso por la fibra polarization maintaining, fue determinado su estado de polarización, el cual si tendía a una elipse o círculo revelaba la presencia de un desfase por diferencia de camino entre las dos componentes de polarización, y por tanto la no correcta alineación respecto del eje de la fibra, de manera que se debió buscar para distintos ángulos de la lámina respecto de la polarización con fin de encontrar una posición óptima a los ejes de birrefringencia.

Para la tercera consideración (adicional a la estabilización propia del interferómetro de alta resolución agregando mecanismos que estabilicen el aire y vientos, que afectan los caminos ópticos, y vibraciones en él) y dada la colinealidad de ambos haces pulsados, y con ancho espectro, se adoptó una lámina $\lambda/2$ y un divisor de haces en la salida de la fibra, de forma que para la calibración, cada haz fuera dividido en dos caminos de manera que la intensidad para cada brazo correspondiera a la mitad aportada por un brazo, y la otra mitad por el otro, con idéntica polarización, haciendo uso del hecho que cada brazo del interferómetro tiene polarización ortogonal, con lo que se forma un pulso con un salto temporal, igual a la diferencia de camino óptico entre los pulsos propagantes en distintos canales. Por una transformada de Fourier es simple demostrar que un pulso con esta arquitectura temporal tendrá un espectro con franjas, y cuya distancia entre franjas será inversamente proporcional al salto temporal, análogo a los mostrado en la Figura 1.3. De esta manera, midiendo el espectro sobre uno de los haces, y a través de un translation stage en una dimensión para cambios del orden de μm , y un piezo eléctrico (Thorlabs PTP00314741) con fuente estabilizada de voltaje entre 0-26 volts para ajustes del orden de nm (0-500 nm) bajo uno de los espejos del interferómetro, como se muestra en la Figura 3.11, fue posible encontrar la mejor compensación de camino óptico.

Para la generación de estado cuántico comprimido en el número de fotones, esta lámina $\lambda/2$ posterior a la fibra fue reposicionada desde la mezcla 50:50 a una 90:10 en las intensidades, de manera que permita el desplazamiento buscado del estado en

el espacio de fase

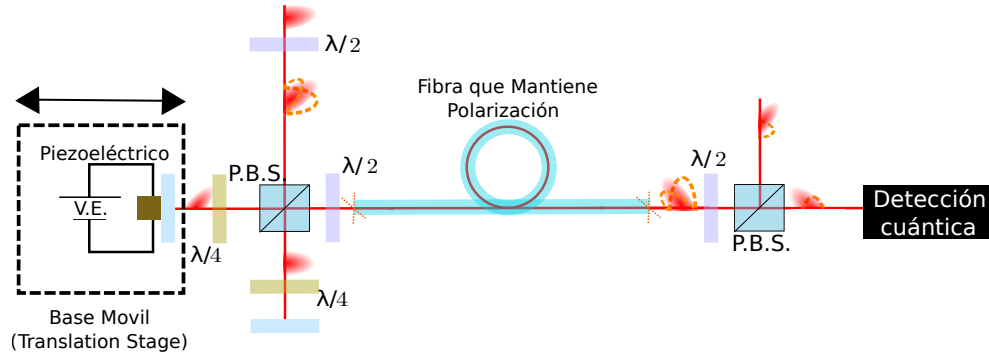


Figura 3.11: Interferómetro utilizado en el montaje experimental para la aplicación de una fibra que preserva polarización. La base móvil y piezoeléctrico (con voltaje estabilizado V.E.) fueron dispuestos para corregir efectos de birrefringencia en la fibra para los caminos ópticos. En la salida de la fibra pueden realizarse la detección de la propiedad cuántica en estudio, ó para la calibración mediante medición del espectro para visualizar franjas.

3.4.4 Detector Homodino

Un estado comprimido en el número de fotones, consecuente a lo mostrado, reduce la varianza de la intensidad, de manera que la detección y medición del estado debe realizarse para determinar el nivel de fluctuaciones esta, separando el promedio de la intensidad en dos haces 50:50 detectados por un par de detectores tales que resten su señal, no resultando necesario definir una fase a través de un oscilador local. Por lo que esta detección no debe ser confundida con una detección homodina balanceada ó desbalanceada.

Para la separación perfecta 50:50 del promedio de la intensidad del haz, fue utilizada una lámina de $\lambda/2$ y un divisor de haces por la polarización. De manera de disminuir posibles factores de error como una separación no 50:50 por efectos de la misma polarización en el material del divisor. Y para la detección fueron utilizados detectores de silicio SM1PD1B Thorlabs, con una eficiencia cuántica de 85% y un

tiempo de respuesta de 65 ns, incorporados a un circuito electrónico de resta de señales [26], con voltajes en el sentido inverso de los fotodetectores, para asegurar comportamientos lineales de la intensidad de corriente producida respecto del flujo de señal en la fotodetección [27], como se muestra en la Figura 3.12, que tiene su salida en un analizador de espectro Anritsu MS2717B.

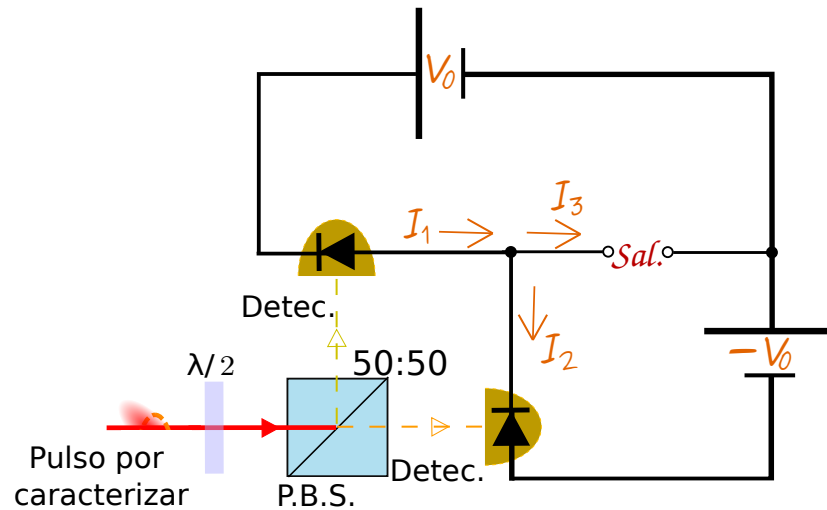


Figura 3.12: *Detección homodina para la variación de ruido en la intensidad y circuito respectivo para la resta de las señales [26], explicitado a través de mostrar las intensidades I_1 , I_2 y I_3 y un voltaje $V_0 = 9V$, que asegure un comportamiento lineal del detector respecto del flujo de fotones de la señal [27]. Con la expresión *sal*, se hace referencia a la conexión con el Analizador de espectro.*

3.4.5 Resultados

Dadas las consideraciones expuestas, para la generación, reconocimiento y medición de estados cuánticos comprimidos en el número de fotones realizado en el Laboratorio de Óptica no lineal y Óptica Cúantica de la Pontificia Universidad Católica de Chile en el marco de esta tesis, se realizó un montaje como el que se muestra en la Figura 3.13 a y b,

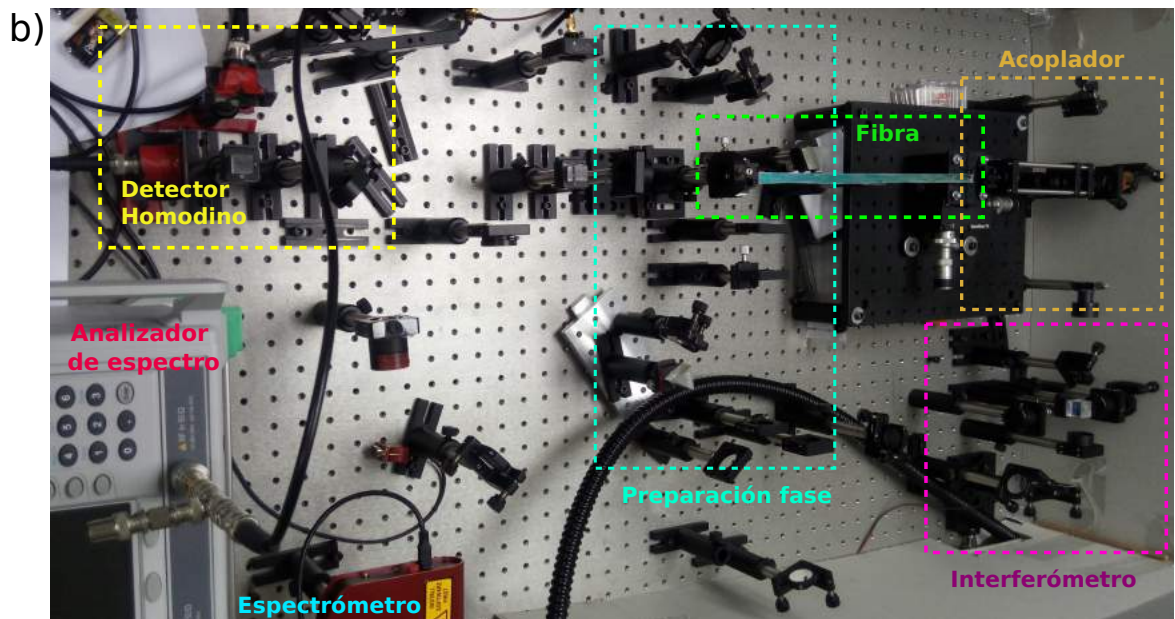
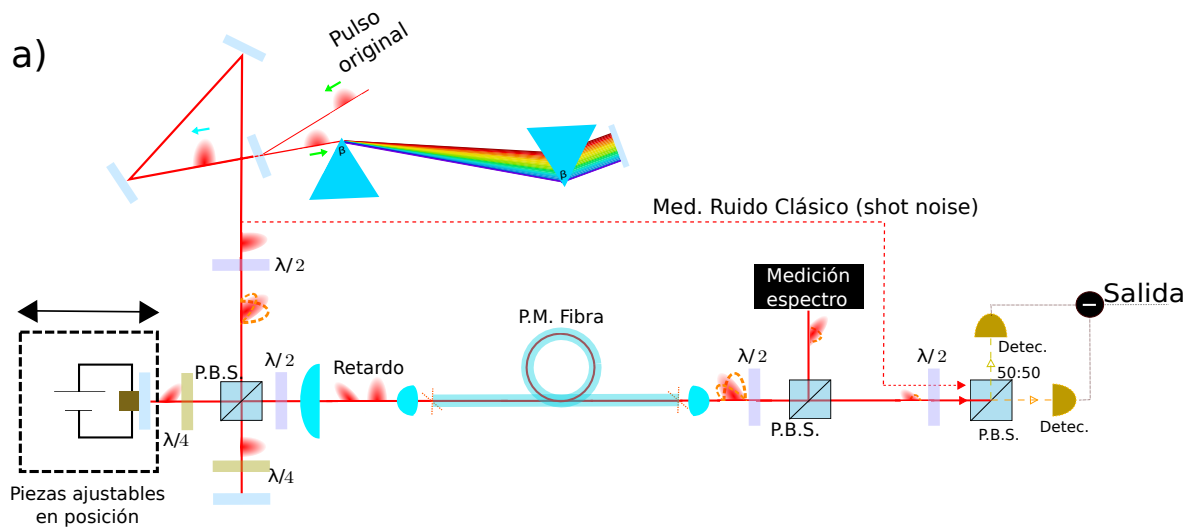


Figura 3.13: Montaje experimental resultante de las consideraciones en las secciones anteriores. a) Montaje esquemático donde en línea continua se muestra el camino del tren de pulsos con camino en la fibra, y en línea discontinua la forma de medir el ruido clásico del pulso (Shot Noise), en b) se ve una fotografía del montaje realizado con las secciones experimentales demarcadas.

La fuente pulsada fue un Láser de pulsos de femtosegundo de Titanio-Zafiro

construido en estas dependencias [28], el que proporcionó pulsos con un ancho en longitud de onda de entre 13 nm a 50 nm, centrados entre 790-860 nm, con una potencia de 180 mW a 250 mW en forma pulsada y con una frecuencia de repetición de 78.82 MHz.

El acoplamiento máximo logrado con la fibra fue de 14% aproximado, donde al sistema ingresaban pulsos de 160mW centrados en $\lambda = 810nm$, de los cuales sólo aproximadamente 100 mW llegaban hasta la zona de acople por efectos de absorciones y pérdidas en el sistema, logrando una salida de la fibra de un haz de intensidad posterior a la lente colimadora hacia la detección de 14.3 mW, que será dividido por efecto del interferómetro en dos haces de aproximadamente 7.2 mW, de los cuales sólo uno será medido.

De esta manera, comparando la medición de ruido en la intensidad en un tren de pulsos que no pasa a través de la fibra, que se asumirá completamente clásico coherente, con un tren con igual intensidad, aproximadamente 7.2 mW, ancho en longitud de onda de 15 nm y temporalmente similar, que sí pasó a través de la fibra, puede verse un efecto de reducción de fluctuación en la intensidad en el segundo tren, en el orden de -2dB como se muestra en la Figura 3.14,

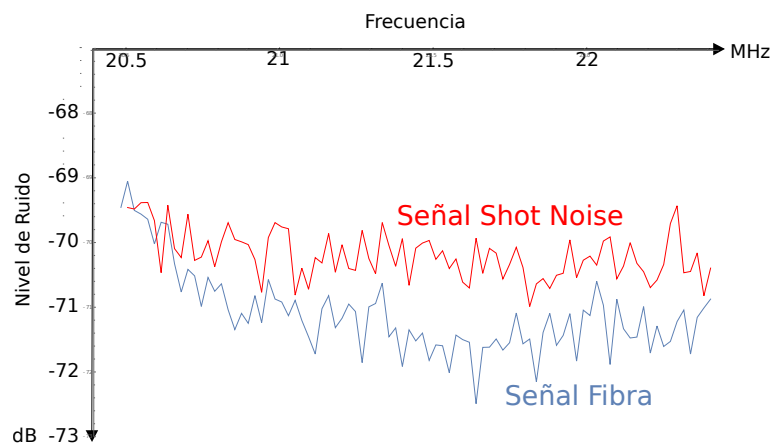


Figura 3.14: Resultados de la detección de fluctuación en la intensidad para dos trenes de pulsos de similar estructura temporal, espectral e igual intensidad de 7.2 mW, donde la traza azul alude a las fluctuaciones de intensidad de un tren pasando

por la fibra de 40 cm, y la roja el ruido clásico. En este resultado se aprecia una reducción de la fluctuación de intensidad en una zona de medición de bajo ruido sistemático. Dado que el ruido del pulso que ha pasado por la fibra es menor al clásico es presumible un estado comprimido.

y que no ocurre para efectos de baja intensidad, por ejemplo para pulsos con 0.72mW y con ancho en longitud de onda de 15 nm, debido a la baja no linealidad de la interacción pulso-fibra, como se muestra en la Figura 3.15

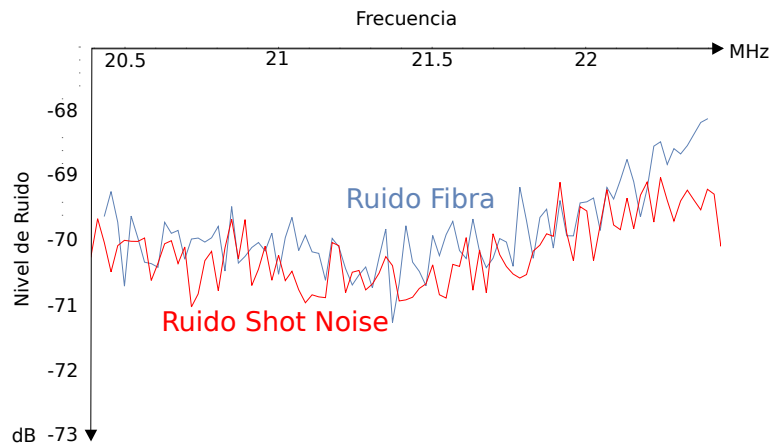


Figura 3.15: Resultados de la detección de fluctuación en la intensidad para dos trenes de pulsos de similar estructura temporal, espectral e igual intensidad de 0.72 mW, donde la traza azul alude al ruido de fluctuaciones de intensidad de un tren pasando por la fibra de 40 cm, y la roja el ruido clásico. En este resultado no se puede apreciar un cambio en la estructura del ruido.

De esta manera se comprueba un efecto que reduce el ruido en la intensidad respecto del ruido inherente clásico de un tren de pulsos, efecto que demuestra un comportamiento cuánticamente interesante, no clásico, y que es dependiente fuertemente de la intensidad de acoplamiento fibra-tren de pulsos, como debe ser para un efecto mediado por interacciones no lineales. Este resultado es completamente consistente con los presentados en [22] donde para pulsos centrados en 810 nm con anchos en longitud de onda de aproximadamente 12.6 nm y una intensidad de acoplamiento en igual fibra de 24 mW, fue lograda una compresión de -3.1dB.

3.5 Conclusiones del capítulo:

En este capítulo, fueron introducidos los conceptos básicos para la comprensión y estudio en la generación de pulsos no solitónicos en fibras, como medio con efecto Kerr óptico, comprimidos en el número de fotones; Esta comprensión parte desde la analogía del estado cuántico con haces no pulsados, los cuales tienen dinámicas en efecto Kerr que suponen dichas compresiones, en una evolución que permite entender también el proceso pulsado solitónico, el cual es fundamentalmente similar. Luego fue introducido el concepto de desplazamiento vía interferometría, que da luces del montaje experimental requerido. Sin embargo, dado el nuevo campo de investigación en generación de luz comprimida en el infrarojo cercano, es necesario introducir en una última acotación teórica respecto de generación de luz comprimida pulsada en no solitones, el cual impone restricciones experimentales. Luego, bajo todas las consideraciones es analizado en detalle un esquema experimental el cual genera un estado comprimido en la intensidad con un nivel de compresión de -2dB para pulsos de 7.2 mW de acoplamiento, considerando que cada pulso tiene canales diferentes de evolución, con un ancho en longitud de onda de 15 nm en una fibra que preserva polarización de 40 cm, y donde además queda explícita la dependencia del proceso no lineal Kerr en la compresión del fenómeno.

Como trabajo futuro queda la modificación de la forma del pulso para mejorar los resultados, y aplicación de esta fuente pulsada comprimida en nuevos tipos de experimentos, siendo este montaje funcional un trabajo semilla para desarrollos de nuevas investigaciones en el laboratorio. Además este capítulo sienta un precedente histórico como la primera fuente de luz pulsada en femtosegundo comprimida en el país, según nuestro conocimiento del estado actual del estado de la materia en Chile.

Referencias del Capítulo:

- [1] W. P. Schleich 2001, Quantum Optics in Phase Space, Wiley-VCH Berlin
- [2] J. Perina 1991, Quantum Statistics of Linear and Nonlinear Optical Phenomena, Reidel Berlin
- [3] M. Orszag 1999, Quantum Optics, Springer-Verlag Berlin
- [4] D. Welsch, W. Vogel and T. Opatrný 1999, Homodyne Detection and Quantum-State Reconstruction, Progress in Optics, Rochester.
- [5] W. Vogel, D. Welsch and S. Wallentowitz, Quantum Optics An Introduction, second edition (Wiley-VCH, Berlin, 2001)
- [6] B. Braverman 2012, The Wigner function and quantum state tomography, <http://cua.mit.edu/8.422s15/ReadingMaterial/BorisBravermanAMOITermPaper.pdf>
- [7] Y. Lai and H. Haus 1989, Characteristic functions and quantum measurements of optical observables, Quantum Opt. 1, 99
- [8] R. Boyd 2003, Nonlinear Optics, second edition (Academic Press, San Diego, 2003)
- [9] R. Tanaś, “Nonclassical states of light propagating in Kerr media” in Theory of Nonclassical States of Light edited by V. Dodonov and V. Man’ko (Taylor and Francis, New York, 2003)

- [10] M. Stobińska, G. Milburn and K. Wódkiewicz 2008, Wigner function evolution of quantum states in the presence of self-Kerr interaction, *Phys. Rev. A* 78, 013810
- [11] N. Korolkova and A. Chirkin 1996, Formation and conversion of the polarization squeezed light, *J. Mod. Opt.* 43 5 869-878
- [12] E. Collett 2005, *Field Guide to Polarization*, (SPIE Press, Bellingham, WA, ,2005).
- [13] F. Mitschke 2009, *Fiber Optics physics and technology* (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009)
- [14] N. Korolkova, R. Loudon, G. Gradavsky, M. Hamilton and G. Leuchs 2001, Time evolution of a quantum soliton in a Kerr medium, *Journal of Modern Optics* 48 8 1339-1355
- [15] C. Headley and G. Agrawal 1996, Unified description of ultrafast stimulated Raman scattering in optical fibers, *J. Opt. Soc. Am. B* 13 10 2170-2177
- [16] S. Spalter, N. Korolkova, F. König, A. Sizmann and G. Leuchs 1998, Observation of Multimode Quantum Correlations in Fiber Optical Solitons, *Phys. Rev. Lett.* 0031-9007
- [17] S. Friberg, S. Machida, M. Wener, A. Levanon and T. Mukai 1996, Observation of optical soliton photon-number squeezing, *Phys. Rev. Lett.* 77 18 3775-3778
- [18] G. Agrawal 2007, *Nonlinear Fiber Optics: Fourth edition* (Academic Press, Orlando, 2007)
- [19] C. Doerr, M. Shirazaki and F. Khatri 1993, Simulation of pulsed squeezing in optical fiber with chromatic dispersion, *J. Opt. Soc. Am.* 11 1 143-149

- [20] M. Fiorentino, J. Sharping, and P. Kumar 2002, Amplitude squeezing in a Mach-Zehnder fiber interferometer: Numerical analysis of experiments with microstructure fiber, *Optics Express* 10, 2, 128-138
- [21] H. Nakagome, H. Ushio, Y. Itoh and F. Kannari 2011, Generation of squeezed vacuum pulses at 810 nm using a 40-cm long optical fiber, *Optics Express* 19 2 1051-1056
- [22] A. Hosaka, K. Hirokawa, R. Sawada and F. Kannari 2015, Generation of photon-number squeezed states with a fiber-optics symmetric interferometer, *Optics Express* 23 15 18850-18863.
- [23] Y. Shaked, S. Yefet, A. Pe'er 2014, Dispersion Compensation using a Prism-pair, Arxiv 1411.0232.
- [24] Basic optics for optical fiber, www.fiberoptics4sale.com/blogs/archive-posts/95048070-basic-optics-for-optical-fiber
- [25] M. Born and E. Wolf 1999, *Principles in Optics: First Edition*, (Cambridge University Press, 1999)
- [26] M. Fox 2006, *Quantum Optics An Introduction*, (Oxford University Press, New York, 2006)
- [27] B. Saleh and M. Teich 1991, *Fundamentals of Photonics* (John Wiley, 1991)
- [28] Daniel Rivas Saenz 2011, Experimental study of a Kerr-lens modelocked titanium sapphire laser, tesis para optar al grado de Magíster en física, Pontificia Universidad Católica de Chile

Capítulo 4

Caracterización de las propiedades cuánticas internas de pulsos utilizando FROG: Un nuevo enfoque al problema

4.1 Objetivos de capítulo

Resultados de estados cuánticos comprimidos, u otros, en pulsos medidos como en el capítulo precedente, dada la compleja estructura de interferencias de ondas monocromáticas en pulsos, no es esencialmente más que un estado comprimido multimodal, pero el cual puede ser descompuesto en muchos otros multimodos, o monomodos, en una rica estructura cuántica interna, dependiendo de la aplicación. Con fin de diversas aplicaciones futuras, en este capítulo se abordará de manera teórica la reconstrucción de la estructura cuántica interna de pulsos de femtosegundos utilizando FROG, que ya ha demostrado su utilidad en la caracterización del perfil clásico de estos. Para comprender lo que significa conceptualmente esta estructura cuántica interna, se abordará un análisis del estado actual del tema y

sus limitaciones, para luego proceder el grueso de la caracterización propuesta utilizando FROG, que permitirá reinterpretar y ampliar el concepto de este mecanismo de medición de propiedades clásicas, además de demostrarse ciertas ventajas de este enfoque, en su perspectiva cuántica, respecto de otros métodos.

4.2 Introducción

Los pulsos de femtosegundos son fuente de alta intensidad del campo electromagnético a la vez que permiten alta resolución temporal y espacial. Por estas razones han sido utilizados por ejemplo, para la descripción de dinámica en fenómenos físicos de materiales en experimentos del tipo espectroscópicos [1], ó para interacciones no lineales en distintas aplicaciones, como efecto Kerr o suma de frecuencias. Sin embargo, en general el interés en pulsos para la caracterización de fenómenos físicos o interacciones no lineales sólo considera el perfil clásico de estos, despreciándose la información sobre el fenómeno estudiado que puede contener la matriz densidad, o parte de ella, de cada componente o subdivisión contenida en el pulso. En esta línea, en este capítulo se abordará la posibilidad que la técnica FROG, que ofrece la caracterización clásica de pulsos de femtosegundos, permite en la caracterización cuántica de la estructura interna de este. Para ello se introducirá el tema por medio de una revisión de lo existente hasta ahora en la sección 4.3, para luego con el marco establecido, conectar FROG con el fin de la reconstrucción de la estructura cuántica interna de los pulsos en la sección 4.4.

4.3 Determinación de la estructura cuántica interna de pulsos ultra cortos utilizando métodos homodinos y su límite actual:

En esta sección se abordará el estado actual de las técnicas propuestas y utilizadas para la caracterización de la estructura cuántica interna de pulsos de femtosegundos, las cuales están intrínsecamente ligadas a la base de la detección homodina. Razón por la cual la sección será subdividida en un primer párrafo dedicado a la comprensión detallada de la detección homodina, para luego permitir párrafos que aborden directamente el tema, a manera de estado de arte, de la determinación de la estructura cuántica interna de pulsos ultracortos.

4.3.1 Detección Homodina Balanceada: Una segunda revisión

La detección homodina balanceada corresponde a una técnica que permite la reconstrucción del estado cuántico de un haz de ondas electromagnéticas, basada en la mezcla interferométrica balanceada (50:50) entre el haz señal a reconstruir y un haz oscilador local usualmente coherente e intenso, seguida de dos fotodetectores que registran la intensidad de la mezcla en función de las fases promedio relativas entre los haces participantes, como se motivo y presentó en la sección 3.2.

De manera general, el operador que describe el campo electromagnético de los haces propagándose ondulatoriamente en un medio material desde la teoría de la cuantización, puede ser escrita, en función de su dispersión $\omega(k_z)$ como,

$$\hat{E}^{(+)}(r, t) = i \sum_{j,l} \int dk_z \sqrt{\frac{\hbar\omega_j}{2\pi D^2}} \hat{a}_{j,l}^{k_z} \exp[-i\omega_{j,l}(k_z)t + i \vec{k}_{i,l} \cdot \vec{r}] \quad (4.1)$$

Donde el vector de onda está dado por $\vec{k}_{i,l} = \vec{z}k_z + 2\pi(\vec{y}n_{yl} + \vec{x}n_{xj})/D$, con n_{yl} y n_{xj} valores enteros, D las dimensiones sobre la cuales se cuantiza en el área

transversal, siendo j y l parámetros de la cuantización, y donde el superíndice (+) hace referencia al operador generado por combinaciones de operadores de destrucción \hat{a} , en contraste con el superíndice (-) relacionado con \hat{a}^\dagger . Además los operadores de campo respetan

$$[\hat{a}_{j,l}(k_z), \hat{a}_{m,n}^\dagger(\tilde{k}_z)] = \delta_{j,m} \delta_{l,n} 2\pi \delta(k_z - \tilde{k}_z) \quad (4.2)$$

Y donde, bajo la aproximación paraxial,

$$\omega_{j,l}(k_z) \approx c[k_z + (n_{yl}^2 + n_{xj}^2)(2\pi/D)^2/2K] \quad (4.3)$$

con K el valor promedio de k_z para todas las longitudes de onda del campo.

Definiendo un flujo del campo cuantizado viajando en la dirección z como,

$$\hat{\Phi}^{(+)}(r, t) = i \frac{c^{1/2}}{2\pi D} \sum_{j,l} \int dk_z \hat{a}_{j,l}^{k_z} \exp[-i\omega_{j,l}(k_z)t + i \vec{k}_{i,l} \cdot \vec{r}] \quad (4.4)$$

Permitiendo considerar los efectos del tiempo de integración T_{int} finita del fotodetector, que no debe ser mayor al tiempo de coherencia, además del área efectiva finita de detección A_{det} . Describiendo así la diferencia de intensidades de los fotodetectores considerando estos límites en la detección homodina por un operador,

$$\hat{N}_{12} = \hat{N}_1 - \hat{N}_2 = \int_0^{T_{int}} \int_{A_{det}} dt d^2r \left(\hat{\Phi}_L^{(-)} \hat{\Phi}_S^{(+)} + \hat{\Phi}_S^{(-)} \hat{\Phi}_L^{(+)} \right) \quad (4.5)$$

Con los subíndices S y L haciendo referencia a una señal y a un oscilador local respectivamente. Que implica como consecuencia, que el resultado entregado de la detección homodina es función tanto la relación de los modos espaciales de ambos haces, como de sus estructuras temporales.

4.3.2 Caracterización de estructura interna de Pulsos

Es posible notar en una aproximación desde la ecuación (4.5), que si el área transversal de los haces es pequeña en relación al área efectiva de los detectores, los límites de integración de la integral espacial pueden ser tendidos a infinito. Y de manera

análoga, si la señal es un haz de luz pulsado, con tiempos de duración de pulsos muchos menores a los de integración, es posible considerar este último como infinito para efectos prácticos. De esta manera, y bajo estos nuevos límites de integración para pulsos cortos, es posible utilizar modos espaciales $u(r)$ y temporales $f(t)$ con pulsos centrados en las mismas frecuencias, que conformen bases completas ortonormales ante el producto

$$\int_0^\infty f(t)f^*(\tilde{t})dt = \delta(t - \tilde{t}) \quad (4.6)$$

$$\int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty u(r)u^*(\tilde{r})d^2r = \delta(r - \tilde{r}) \quad (4.7)$$

Que implica desde la perspectiva de la caracterización de la estructura cuántica interna de pulsos, la posibilidad de seleccionar cortes temporales de un pulso señal, si el oscilador local es más corto, con una fase lineal bien definida y teniendo el mismo modo espacial que el haz señal a caracterizar como se muestra en la Figura 4.1 presentada en [2] y [3], en el primer acercamiento histórico exitoso para la caracterización de la estructura cuántica interna de pulsos ultra cortos, después de la propuesta de similares características en medios no lineales presentada en [4].

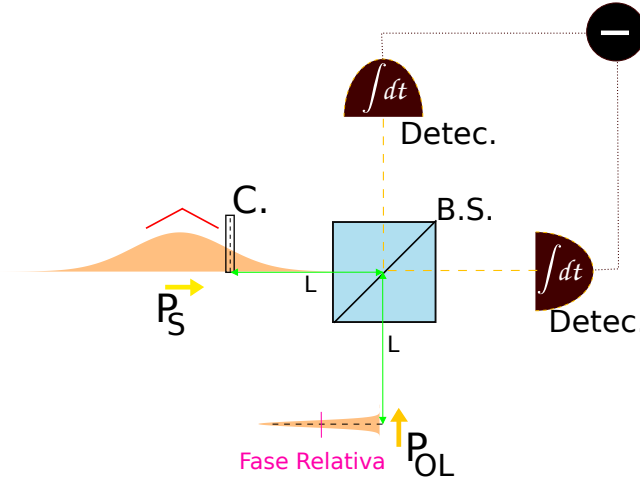


Figura 4.1: Primer enfoque exitoso para caracterizar estructura interna de pulsos cuánticamente interesantes, demarcado por una gorra de operador, denominado como pulso señal (PS), utilizando un pulso más corto temporalmente y de fase lineal como Oscilador Local (OL) en una detección homodina, logrando el corte

deseado, indicado por un cuadro de indexado por (C) , gracias a un divisor de haces (B.S.), y el hecho que los detectores (Detect.) tengan tiempos de integración mucho más largos que los pulsos. La fase del oscilador local es variada a lo largo de la medición para generar una reconstrucción completa.

Bajo este enfoque, es posible caracterizar el estado cuántico de distintos cortes temporales de pulsos ultracortos, a través de un continuo de cambios en la fase relativas de los pulsos mezclados desde 0 a 2π , y por consecuencia, haciendo uso de un barrido de cortes vía la mezcla interferométrica, caracterizar la dinámica temporal, el estado cuántico en función de un continuo de cortes temporales del pulso señal, con una resolución igual al ancho temporal del oscilador local. Sin embargo bajo este esquema, en principio es imposible determinar la correlación de las cuadraturas del pulso señal a distintos tiempos para fases constantes, $\langle \hat{x}_s(t, \phi) \hat{x}_s(t', \phi') \rangle$, ó de correladores de orden superior, a excepción que se consideren trenes finitos de pulsos osciladores locales, con fases relativas consistentes con los correladores a determinar, como se ve en la Figura 4.2 propuesta teóricamente en [5].

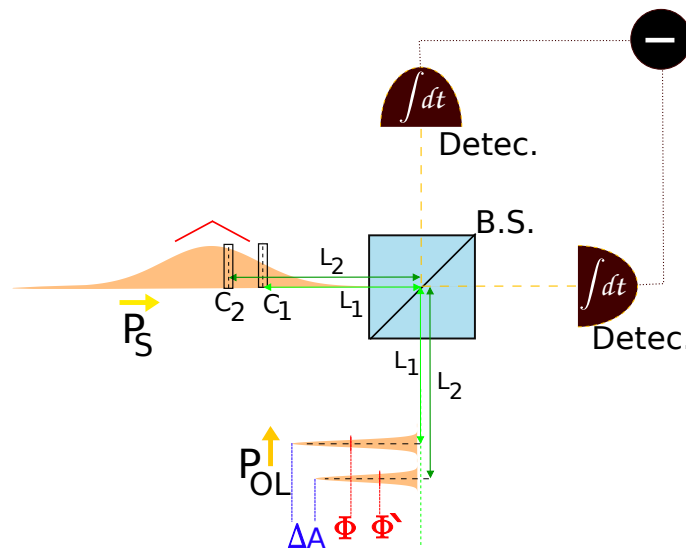


Figura 4.2: Extensión del montaje mostrado en la Figura 4.1, para determinar la correlación de dos segmentos ($C1$) y ($C2$), donde se debe disponer de las fases para las cuales se desea obtener las cuadraturas Φ y Φ' , además de la libertad en la

modulación del pulso oscilador local para cambiar la amplitud de los sub-pulsos osciladores locales (OL), esquemáticamente representado por ΔA .

La imposibilidad de determinar correladores de orden aleatorio con una única técnica que no presuponga la medición, como es el caso de la Figura 4.2 donde es necesario mezclar interferométricamente dos osciladores locales de corta duración temporal exactamente en los cortes donde se desea medir su correlación, implica insuficiencia de la técnica para determinar la matriz densidad completa del pulso, o representaciones de ella que es lo determinable en la medición, de donde se pueda extraer toda la información estadística de este.

Las representaciones de la matriz densidad de pulsos debe necesariamente ser considerada como un caso multimodal, tal que los distintos modos cumplan $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}$ con i y j indexando los modos, como se considera en la ecuación (4.2). Esta matriz densidad multimodal, está determinada directamente desde una medición homodina, de manera análoga a la de modos únicos, por la probabilidad de ocurrencia de autovalores de la medición asociados a autovectores $|m\rangle$ del operador de medición homodina, que debe ser generalizado al caso multimodal a través de un operador de \hat{F} que generaliza la cuadratura al caso multimodal, siguiendo [6], como

$$\hat{F} = \sum_{j=1}^N \hat{F}_j(\phi_{F_j}) \quad (4.8)$$

con

$$\hat{F}_j(\phi_{F_j}) = |F_j\rangle e^{i\phi_{F_j}} \hat{a}_j + |F_j\rangle e^{-i\phi_{F_j}} \hat{a}_j^\dagger \quad (4.9)$$

de manera que $|m\rangle$, autoestado del operador de medición homodina, debe ser descrito por

$$|m\rangle = |\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}\rangle = \prod_{j=1}^N |F_j, \phi_{F_j}\rangle \quad (4.10)$$

tal que

$$\hat{F}_j(\phi_{F_j}) |F_j, \phi_{F_j}\rangle = F_j |F_j, \phi_{F_j}\rangle \quad (4.11)$$

por lo que es correcto afirmar por ende, que dada esta base, existe una proyección desde un operador $\hat{F}_j(\phi_{F_j})$ a un autovalor F_j , matemáticamente representado,

$$|\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}\rangle\langle\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}| = \hat{\delta}(\{F_j - \hat{F}_j\}, \{\phi_{F_j}\}) \quad (4.12)$$

ó desde la representación integral de la función $\delta(x)$ adecuada al objeto matemático de N modos, quedará

$$|\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}\rangle\langle\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}| = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^N \int \dots \int \exp\left(-i \sum_{j=1}^N y_j F_j\right) \exp\left(i \sum_{j=1}^N y_j \hat{F}_j(\phi_{F_j})\right) dy_1 \dots dy_N \quad (4.13)$$

Luego, la probabilidad del autovalor está dado por

$$p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}) = \langle\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}|\hat{\rho}|\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}\rangle \quad (4.14)$$

o desde la ecuación (4.13)

$$p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int dy_1 \dots dy_N \exp\left(-i \sum_{j=1}^N y_j F_j\right) \text{tr}\left(\hat{\rho} \hat{D}(\{iy_j F_j^*\})\right) \quad (4.15)$$

con

$$\hat{D}(\{\beta_j\}) = \exp\left(\sum_{j=1}^N (\beta_j \hat{a}_j^\dagger - \beta_j^* \hat{a}_j)\right) \quad (4.16)$$

generalizable bajo la consideración si el operador densidad es normal, antinormal o simétricamente ordenado, por medio de la consideración de un factor producto de la conmutación,

$$\hat{D}(\{\alpha\}; s) = \hat{D}(\{\alpha\}) \exp(1/2|\{\alpha\}|^2 s) \quad (4.17)$$

con s igual a uno para un operador normal, -1 antinormal y cero simétrico. Esto permite relacionar directamente la probabilidad de tener un autovalor con las representaciones de la matriz densidad $P(\{\alpha_j\}; s)$, en analogía a la ecuación estándar de las representaciones, desde la consideración del operador $\hat{\delta}(\hat{a} - a)$, que relaciona cada operador de estado coherente con un autovalor, en forma integral cuyo valor de

expectación es la representación en función del operador desplazamiento, con s igual a 1 para la representación Q, -1 para Glauber y cero para Wigner,

$$P(\eta; s) = \frac{1}{\pi^2} \int d^2\alpha \operatorname{tr} \left(\hat{D}(\alpha; s) \hat{\rho} \right) e^{\eta\alpha^* - \eta^*\alpha} \quad (4.18)$$

quedando así,

$$\begin{aligned} p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}) &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int dy_1 \dots dy_N \exp \left(-i \sum_{j=1}^N y_j F_j \right) \exp \left(-i \sum_{j=1}^N y_j^2 s \right) \\ &\int d\alpha_1 \dots d\alpha_N \exp \left(\sum_{j=1}^N iy_j \left(\alpha_j e^{i\phi_{F_j}} + \alpha_j^* e^{-i\phi_{F_j}} \right) \right) P(\{\alpha_j\}; s) \end{aligned} \quad (4.19)$$

que implica través de una inversión, la posibilidad de reconstruir cualquier representación de la matriz densidad a partir de la probabilidad $p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\})$, que involucra todos los modos del haz a caracterizar. De manera tal, que si se considera un montaje experimental similar al mostrado en la Figura 4.2, donde todos los cortes temporales son considerados, sin huecos, y se permite una libertad absoluta en las fases de cada corte temporal, como se muestra en la Figura 4.3, la matriz densidad puede ser completamente determinada, junto con toda la información estadística del pulso en función de los cortes temporales como se propone en [7].

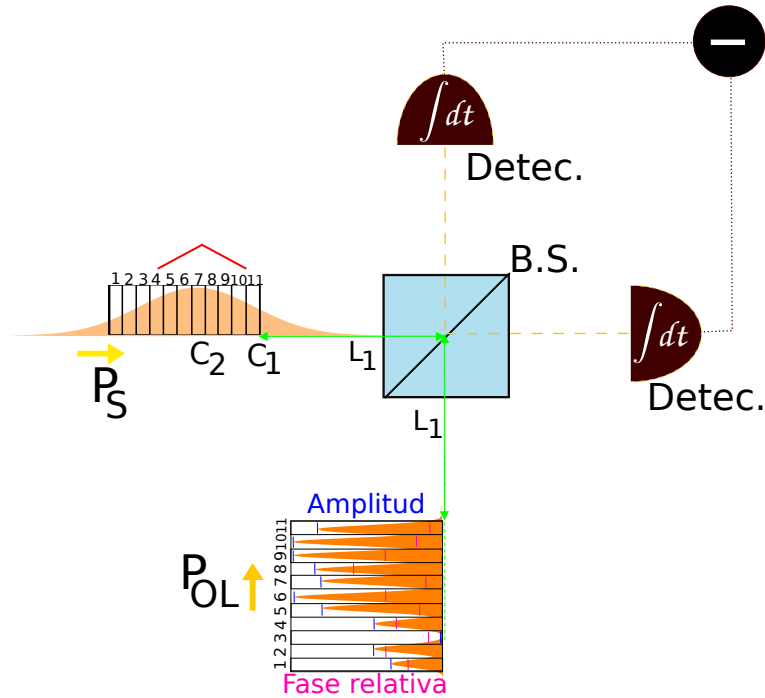


Figura 4.3: Extensión teórica del montaje mostrado en la Figura 4.1 y Figura 4.2 , de manera de poder determinar la matriz densidad completa de un pulso, bajo una subdivisión determinada, a partir de considerar un pulso oscilador local (L.O) tal que cada subparte sea posible de alterar en su amplitud y fase para la detección homodina.

Aun cuando, toda la información estadística esta presente en la propuesta representada en la Figura 4.3, la aplicación experimental requiere dada la aleatoriedad de las fases temporales, donde cada corte tiene debe tener diferencias de fases relativas del orden de π , un pulso espectralmente muy ancho, y difícil de obtener experimentalmente, de manera de tener anchos temporales similares entre el pulso señal y oscilador local, pero además es requerido para barrer todas las fases relativas en la detección homodina, de un pulso con fases temporales iguales para cada corte temporal, siendo un pulso mucho más angosto que el anterior en el espectro, de manera que la proveniencia de los pulsos usados como osciladores locales no puede ser de un origen común, complejizando fuertemente el montaje experimental. Sin embargo, es

posible realizar aproximaciones con pulsos con cierto rango espectral, no obteniendo toda la información sobre todas las probabilidades para todas las fases relativas, pero sí aproximándose al comportamiento de la matriz densidad. Empero, aun bajo este contexto, es correcto afirmar que la matriz densidad obtenida por este método basado en cortes temporales, no permite acceder, al menos de manera sencilla, a la información del estado cuántico ni correlaciones de las componentes espectrales de los pulsos, ni la tendencia del ruido cuántico en el espectro, siendo la información aunque completa, de difícil análisis.

Otras técnicas de caracterización del estado de la estructura cuántica de pulsos ultracortos fueron desarrolladas desde el análisis espectral, realizando filtraje de frecuencias a través aberturas y caracterizando cada uno de estos haces en una detección homodina como se ve en la Figura 4.4

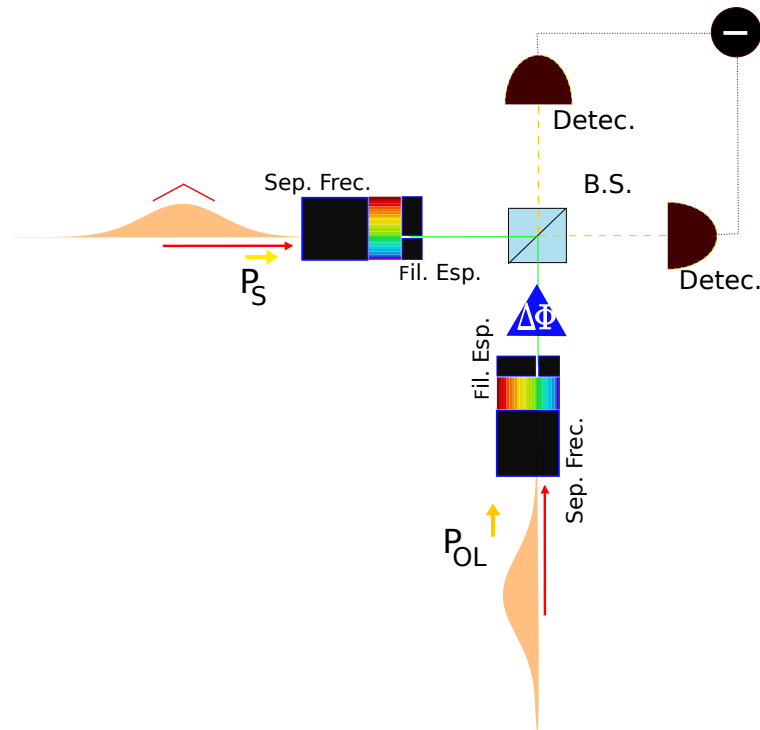


Figura 4.4: *Caracterización del estado cuántico interno a través de cortes en la frecuencia de un pulso cuánticamente interesante, con una gorra de operador, y un oscilador local clásico. Estos cortes son realizados por un separador de frecuencias*

en el espectro (*Sep. Esp.*), eventualmente colimado, y filtrado espacialmente (*Fil. Esp.*) para reconstruir bloques de cierto ancho de longitud de onda menor al rango espectral del pulso a través de una detección homodina acompañada de elementos que cambien la fase de cada haz. En este tipo de montajes es requerido un corte igual, en el mismo centro y ancho, tanto la señal(*PS*) como oscilador local (*P. OL.*).

En el mismo sentido que los cortes temporales, la reconstrucción del estado cuántico interno de un pulso vía filtraje espectral, mostrado en la Figura 4.4, permite a través de un barrido de las frecuencias, caracterizar la dinámica del estado cuántico del pulso en el espectro, pero al igual que en el enfoque de cortes temporales, mediciones de este tipo no permiten acceder a la información de las correlaciones de orden aleatorio de manera sencilla.

Empero, si el estado cuántico de un objeto, uni modal o multimodal, es gaussiano, vale decir su distribución de probabilidad para cualquier cuadratura $p(\{x_i\}, \{\phi_i\})$ está descrito por una gaussiana, puede su representación de Wigner $W(\mu)$, con μ un vector con todos los parámetros de cuadratura (x,p), ser escrita en función de su matriz de varianza V [8],

$$W(\mu) = \frac{1}{(2\pi)^N \sqrt{\det(V)}} \exp\left(-\frac{(\mu - \bar{\mu})^\dagger V^{-1} (\mu - \bar{\mu})}{2}\right) \quad (4.20)$$

con V dada por

$$V_{\mu_k, \tilde{\mu}_{\bar{k}}} = \frac{1}{2} \text{tr} \left(\hat{\rho}[(\mu_k - \bar{\mu}_k), (\tilde{\mu}_{\bar{k}} - \bar{\mu}_{\bar{k}})]_{\text{anticon}} \right) \quad (4.21)$$

donde el subíndice *anticon* hace referencia a la anticonmutación.

De esta forma, todas las correlaciones pueden ser directamente descritas desde esta matriz de varianza. En este sentido, un pulso con estado cuántico gaussiano, está completamente determinado por las correlaciones a segundo orden entre todas las componentes de un pulso, y el estado de cuántico de cada corte por separado.

Luego, considerando la variación de la amplitud para cada componente espectral y las correlaciones de las amplitudes, como la mostrada en la Figura 4.5 medida experimentalmente en [9] para un solitón propagándose en una fibra, determina sin necesidad de un oscilador local, gracias al filtraje espectral, y una detección homodina de la variación de intensidad como el utilizado en la sección 3.4.4, una reconstrucción completa de las características cuánticas de la amplitud espectral del pulso.

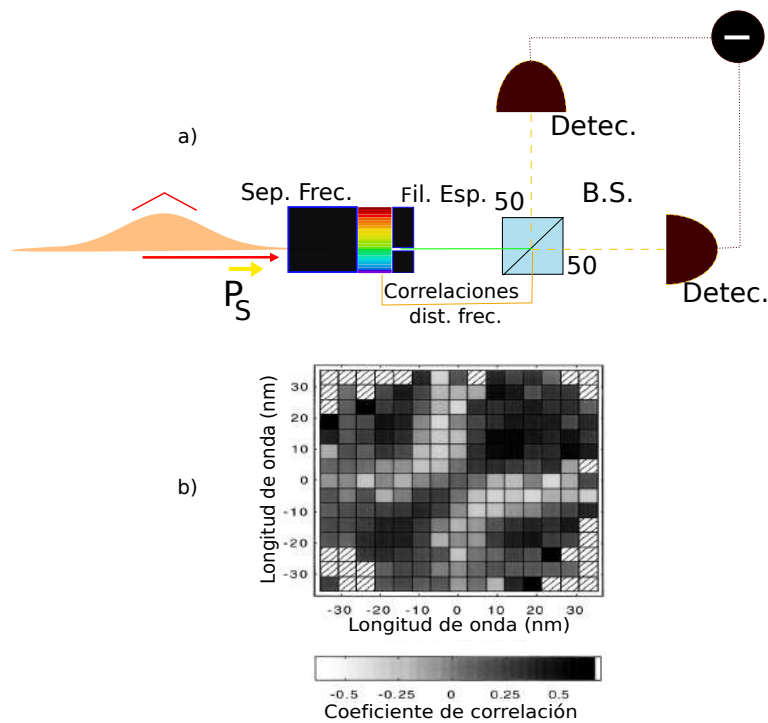


Figura 4.5: Caracterización completa estado cuántico interno a través de cortes en la frecuencia de un pulso señal y mediciones de las correlaciones entre las distintas componentes de un pulso, distintas frecuencias, utilizando semejante método de separación y filtraje al de la Figura 4.4 como se muestra en a). En b) se muestran las correlaciones para un solitón de 130 fs y 54pJ con longitud de onda central $\lambda_c = 1506\text{nm}$ en una fibra FS-PM-7811 luego de 3 metros, determinados experimentalmente en [9]; el gráfico centra las correlaciones en la longitud de onda central llamándola $\lambda = 0$ por lo que los valores negativos y positivos están en función de esta.

Un enfoque complementario al análisis de las correlaciones de segundo orden, surge de asumir los modos monocromáticos $\hat{a}(\omega)$ con la relaciones de conmutación $[\hat{a}(\omega), \hat{a}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega')$ y $[\hat{a}(\omega), \hat{a}(\omega')] = 0$, y un conjunto completo y ortonormal de funciones $f_k(\omega)$ tal que

$$\int f_m^*(\omega) f_k(\omega) d\omega = \delta_{km} \quad (4.22)$$

y

$$\sum_k f_k^*(\omega) f_k(\omega') d\omega = \delta(\omega - \omega') \quad (4.23)$$

de manera que pueden ser definidos un nuevo conjunto de operadores \hat{b}_k con

$$\hat{b}_k = \int f_k(\omega) \hat{a}(\omega) d\omega \quad (4.24)$$

que satisfacen las relaciones de conmutación

$$[\hat{b}_k, \hat{b}_n^\dagger] = \delta_{nk} \quad (4.25)$$

y

$$[\hat{b}_k, \hat{b}_n] = 0 \quad (4.26)$$

cuyas cuadraturas $\hat{X}_k = 1/\sqrt{2} (\hat{b}_k + \hat{b}_k^\dagger)$ y $\hat{P}_k = 1/(i\sqrt{2}) (\hat{b}_k - \hat{b}_k^\dagger)$, escritos compactamente como $\hat{\mu}$, se relacionan con las cuadraturas de los modos monocromáticos $\hat{x}(\omega) = 1/\sqrt{2} (\hat{a}(\omega) + \hat{a}^\dagger(\omega))$ y $\hat{p}(\omega) = 1/(i\sqrt{2}) (\hat{a}(\omega) - \hat{a}^\dagger(\omega))$, descritos compactamente por $\hat{\xi}$ están relacionadas por

$$\hat{\mu}_k = \sum_{\xi=x,p} \int Z_k^{\mu,\xi}(\omega) \hat{\xi}(\omega) d\omega \quad (4.27)$$

y por

$$\hat{\xi}(\omega) = \sum_{\mu=X,P} \sum_k Z_k^{\mu,\xi}(\omega) \hat{\mu}_k \quad (4.28)$$

con

$$Z_k^{Xx}(\omega) = Z_k^{Pp}(\omega) = \Re(f_k(\omega)) \quad (4.29)$$

y

$$Z_k^{Xp}(\omega) = -Z_k^{Px}(\omega) = \Im(f_k(\omega)) \quad (4.30)$$

De esta manera, es posible alternativamente en vez de describir el estado cuántico de modos monocromáticos y sus correlaciones que conforman un pulso, describir el estado cuántico y correlaciones de un conjunto de modos no monocromáticos que conforman el pulso, pudiéndose en principio simplificar la caracterización del estado cuántico de un pulso de un conjunto de un gran número de estados a caracterizar a uno reducido manteniendo el grueso de la información sobre el estado cuántico contenido para cada sub-parte, como fue demostrado desde datos experimentales en [10]; donde el primer modo es generado por la función $f_1(\omega)$ igual a la envolvente del pulso, asociado al autovalor más alto de la matriz de varianza, y funciones ortogonales adicionales asociados a otros autovalores significativos, distintos de la varianza del vacío, de la matriz. Esta simplificación de pocos modos, permite en un montaje como el mostrado en la Figura 4.6, extraer conclusiones respecto del ruido de pulsos de femtosegundos, como ruido térmico, y distintos tiempos de emisión (jitter) en una cavidad láser de pulsos de femtosegundos (frequency comb), al poder con una transformada de Fourier sobre pocos modos, convertir el ruido térmico y jitter en el dominio temporal al espectral, para compararlos con los ruidos en este dominio, siendo la primera caracterización en un dominio para concluir comportamientos de ruidos, o estados, en el otro [11].

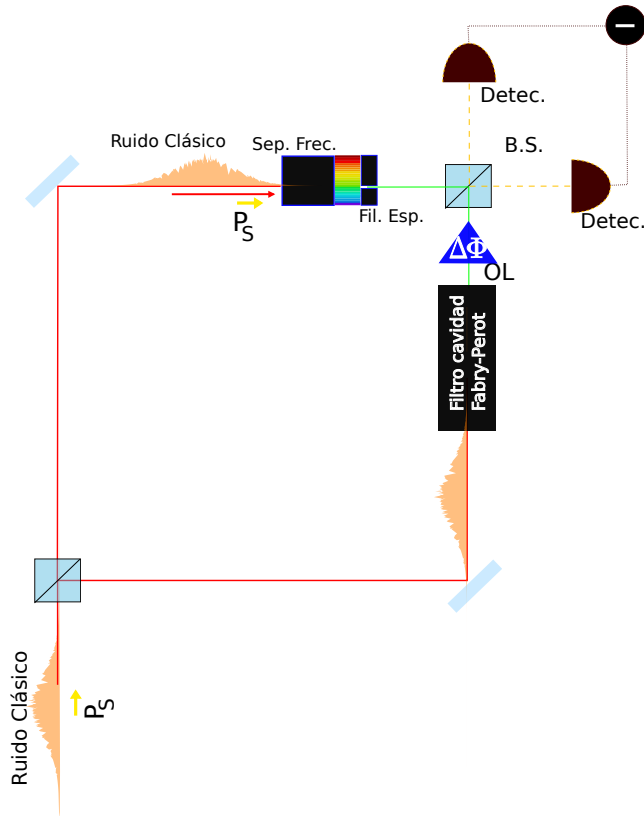


Figura 4.6: *Caracterización de una cavidad de láser de femtosegundo, utilizando el enfoque de división modal a través de la separación de frecuencias, donde el Oscilador Local (O.L.) fue estabilizado y filtrado de ruidos por una cavidad de Fabri-Perrot, de manera que el ruido clásico, como ruido térmico y de la señal pulsada sea completamente caracterizada.*

4.4 Aplicación de esquema FROG para la reconstrucción de la estructura cuántica interna de pulsos de femto segundos

4.4.1 Objetivos y división esquemática de la sección:

En la presente sección se abordará de manera teórica, la posibilidad de reconstruir el estado cuántico interno de un pulso a través de un montaje aplicando los principios de FROG, que permite la reconstrucción clásica de estos, a través de interacciones de un par de pulsos, iguales o diferentes, en un medio no lineal, y un detector homodino balanceado, ó heterodino, que permite acceder a la caracterización cuántica. Esta sección será dividida por tanto en una *Motivación*, que explicita las ideas claves en un montaje como el presentado, un parágrafo sobre la *Interacción no-Lineal de pulsos (SFG)*, una *perspectiva cuántica*, que aborde una descripción desde una perspectiva cuántica de los procesos no lineales como SFG (Sum Frequency Generation) en pulsos, una subsección *FROG, perspectiva cuántica*, que versará una discusión sobre el proceso de conversión no lineal entre pulsos cambiando el retardo relativo entre ellos, para finalizar con la medición cuántica en sí *Caracterización del estado cuántico usando FROG*, que muestre como medir e interpretar los resultados, seguido de una *Conclusión*

4.4.2 Motivación:

Desde la sección anterior 4.3.2, resulta evidente que las características cuánticas, como correlaciones y determinación del estado cuántico vía aplicación de cortes en un pulso medidos en un dominio, son de difícil interpretación en el dominio recíproco, sólo logrado de manera simple, hasta ahora, para estados gaussianos a través de la perspectiva de considerar el pulso como la superposición de modos y diagonalización

de la varianza espectral. De esta manera resulta natural el cuestionamiento, si es posible determinar las características cuánticas de un pulso en ambos dominios a través de un esquema basado en FROG, dado su éxito en la misma línea para la caracterización clásica de pulsos a través del estudio de un espectrograma, ó más recientemente de un campo de FROG [12]. Por campo de FROG, en una primera instancia, se entenderá el resultado de una interacción no lineal de dos pulsos en una baja tasa de conversión, que a través de un retardo relativo variable entre ellos, permite acceder a un campo $A(\Omega, \tau)$, campo de FROG, que ha demostrado contener toda la información al menos de la perspectiva clásica, módulo y fase, de los pulsos interactuantes.

La idea en la que se fundará toda la sección presente puede ser resumida en el siguiente párrafo a modo de columna vertebral: Si los espectrogramas fuesen producto de un procesos no lineales de alta tasa de conversión para la interacción de dos trenes de pulsos, tanto toda la información de los promedios estadísticos, que permite acceder a la caracterización clásica, como el resto de la información estadística de toda la estructura interna de los campos pulsados estarían presente en el campo de FROG. Pero, como quedará más claro en las siguientes secciones, el campo de FROG, es producto de una interacción no lineal de baja tasa de conversión, de ahí la simpleza de su montaje experimental, que si bien no permitirá sacar conclusiones de la estadística del campo objeto de estudio al medir el estado cuántico directamente en el campo de FROG, si permitirá cambiar la estadística de los campos luego de pasar por el proceso no lineal gracias a la conservación de la energía, representada en el número de fotones (fotones no presentes en el campo a caracterizar estarán presentes en el campo de FROG), de esta manera, la estadística medida en el haz a caracterizar, vía detección homodina o heterodina, luego de pasar por la interacción no lineal para cada retardo relativo (que permite asegurar que todos los modos de ambos pulsos han cambiado su estadística dada la completitud clásica del campo de FROG), forman un candidato para la reconstrucción de la estructura cuántica

interna de pulsos de femtosegundos por medio de una representación de la matriz densidad $P(\{\alpha_j\}; s)$ multimodal, en el mismo sentido que las propuestas anteriormente mostradas, utilizando el cambio de la estadística de cada modo para reconocer esta estructura cuántica interna, y toda la información estadística del pulso, en un experimento como el mostrado en la Figura 4.7 en la sección 4.4.5.

Para el análisis propuesto, es por tanto necesario considerar el camino trazado en la sección de objetivos, comenzando con un estudio sobre la interacción no lineal de pulsos en un SFG (Sum Frequency Generation) desde una perspectiva cuántica para determinar el cambio estadístico generado por el proceso, para continuar a un esquema FROG y determinar sus consecuencias en la detección homodina o heterodina.

4.4.3 Interacción no-Lineal de pulsos (SFG), una perspectiva cuántica

El campo eléctrico ondulatorio en un medio material, puede ser definido por la ecuación (4.1), que por simplicidad, no considerando componentes espaciales del haz transversal expresado directamente por un área A , y desplazándose a través de z , puede ser descrito por el operador, en función de su dispersión $\omega(k)$,

$$\hat{E}^+(z, t) = i \left(\frac{\hbar c}{4\pi\epsilon_0 A n^3(k_0)} \right)^{1/2} \int dk \sqrt{\omega(k)} \exp(-i(\omega(k)t - kz)) \hat{a}(k) \quad (4.31)$$

Donde el superíndice $+$ hace referencia al operador generado por combinaciones de operadores de destrucción \hat{a} , en contraste con \hat{E}^- relacionado con \hat{a}^\dagger . En el caso pulsado la interpretación de la doble dependencia del campo \hat{E}^+ en t y en z , hacen referencia el primero a subdivisiones del pulso, y el segundo un parámetro de evolución. Esta representación matemática del campo eléctrico como operador es válida sólo si la envolvente varía lentamente en relación a un periodo óptico $\Delta\omega \ll \omega_0$,

generando un límite inferior en pulsos sobre 10 fs, de manera de poder extraer el índice de refracción de la integral.

En un medio no lineal con un cierto largo y eficiencia de conversión determinada, caracterizado por una constante d_{effect} , para la parte interactuante del Hamiltoniano que describe el fenómeno de SFG, base de FROG, que destruye dos operadores de campo y crea otro en la suma de la frecuencia, estará dado para la aproximación donde uno de los campos (E_2) es considerado clásico, muy intenso, como;

$$\hat{H}_{int}(t) = d_{effect} \int E_2^+(z, t) \hat{E}_1^+(z, t) \hat{E}_3^-(z, t) dz + h.c. \quad (4.32)$$

con $h.c.$ hermítico conjugado, y que completa el Hamiltoniano del sistema sumándolo a un Hamiltoniano de propagación libre de un pulso indexado por i ,

$$\hat{H}_0^{(i)}(t) = \frac{2\epsilon AN_{k_0(i)}^3}{c} \int \hat{E}_i^{(-)}(z, t) \hat{E}_i^{(+)}(z, t) dz \quad (4.33)$$

El Hamiltoniano de interacción, utilizando la representación de los campos en función de $\hat{a}(\omega)$, realizando un cambio de variables dejando ω como la variable de integración, y formalmente definiendo la función de dispersión $k_i = k(\omega_i)$, quedará, omitiendo constantes,

$$\hat{H}_{int}(t) = d_{effect} \int e^{-i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t} \alpha(\omega_1) \hat{a}(\omega_2) \hat{c}^\dagger(\omega_3) \int e^{i(k_1 + k_2 - k_3)z} dz d\omega_1 d\omega_2 d\omega_3 + h.c. \quad (4.34)$$

Con lo cual se puede obtener un operador de evolución temporal dado por $\hat{U} = \hat{T}[\exp((-i/\hbar) \int dt \hat{H}_{int}(t))]$ con \hat{T} , operador tiempo ordenado. Siguiendo la discusión planteada en [13], el producto tiempo ordenado es posible de ser despreciado para bajas tasas de conversión, explicable por el límite en que el efecto no es posible de percibir hasta largas propagaciones, por lo que se vuelve independiente de la ordenación, mientras que para altas tasas, el efecto depende fuertemente de la forma de los pulsos a convertir. Por lo que en lo que sigue, se considerará la aproximación de bajas tasas de conversión, dada la naturaleza del estudio enfocado en FROG,

cuya razón de aproximación será comentada en párrafos posteriores. De manera que omitiendo el operador \hat{T} , el argumento de la exponencial quedará salvo constantes,

$$\int dt \hat{H}_{int}(t) = \int \alpha(\omega_3 - \omega_1) \text{sinc} \left[\frac{(k_1 + k_2 - k_3)L}{2} \right] \hat{a}(\omega_1) \hat{c}^\dagger(\omega_3) d\omega_1 d\omega_3 + h.c. \quad (4.35)$$

Donde la aparición de un factor del tipo $\text{sinc}(k_1 + k_2 - k_3)L/2$ proveniente de la integración en z en el ancho L del cristal, es esperable desde el resultado clásico [14], y toma el carácter de la relación de vectores de onda k_i para la interacción de los campos en el material (phase-matching). Dado que k_i es equivalente a un $k(\omega_i)$, la función de relación de vectores de onda puede escribirse como $\Phi(\omega_1, \omega_3)$, considerando la conservación de energía $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$,

$$\Phi(\omega_1, \omega_3) = \text{sinc} \left[\frac{(k(\omega_1) + k(\omega_3 - \omega_1) - k(\omega_3))L}{2} \right]$$

El producto del campo clásico y la relación de fase, incorporando todas las constantes en un factor B , puede ser escrito como una función $J(\omega_1, \omega_3)$ que relaciona los operadores de creación y destrucción $\hat{c}^\dagger(\omega_3)$ y $\hat{a}(\omega_1)$ presentes en \hat{U} a través de (4.35), siendo esta función,

$$J(\omega_1, \omega_3) = B\alpha(\omega_3 - \omega_1)\Phi(\omega_1, \omega_3) \quad (4.36)$$

Esta función $J(\omega_1, \omega_3)$ puede ser descompuesta de manera tal de separar sus dependencias de ω_1 y ω_3 vía la aplicación de la descomposición de Schmidt a través de,

$$\frac{-i}{\hbar} J(\omega_1, \omega_3) = \sum_j (-\theta_j) \phi_j(\omega_1) \psi_j^*(\omega_3) \quad (4.37)$$

y

$$\frac{-i}{\hbar} J^*(\omega_1, \omega_3) = \sum_j (\theta_j) \phi_j^*(\omega_1) \psi_j(\omega_3) \quad (4.38)$$

donde las funciones $\psi_j(\omega_3)$ y $\phi_j(\omega_1)$ son un conjunto completo de funciones ortonormales de amplio ancho de banda, y los factores θ_j son coeficientes reales

y positivos. De aquí, resulta natural definir operadores modales de creación y destrucción consecuentemente a las relaciones (4.22) hasta (4.26) dados por

$$\hat{A}_j = \int \phi_j(\omega_1) \hat{a}(\omega_1) d\omega_1 \quad (4.39)$$

$$\hat{C}_j = \int \psi_j(\omega_3) \hat{c}(\omega_3) d\omega_3 \quad (4.40)$$

Quedando así expresable el argumento de la exponencial del operador de evolución (4.35) en forma modal, desarrollado teóricamente en [15], como

$$\frac{-i}{\hbar} \int dt \hat{H}_{int}(t) = \sum_j (-\theta_j) \hat{A}_j \hat{C}_j^\dagger + h.c. \quad (4.41)$$

ó directamente en relación al operador \hat{U} ,

$$\hat{U} = exp \left[\sum_j (-\theta_j) (\hat{A}_j \hat{C}_j^\dagger - \hat{A}_j^\dagger \hat{C}_j) \right] \quad (4.42)$$

donde de manera natural θ_j depende de constantes físicas y un coeficiente de conversión por modo κ_j matemáticamente relacionado a la descomposición de Schmidt, tal que,

$$\theta_j = \kappa_j 2d_{effect} \pi^2 L \int |J(\omega_1, \omega_3)|^2 d\omega_1 d\omega_3 \sqrt{\frac{2\omega_1\omega_3}{c^3 \epsilon_0 n_1 n_2 n_3 |\int \alpha(\omega) d\omega|^2}} \sqrt{\frac{P_p}{A^{effect}}} \quad (4.43)$$

donde P_p es la potencia máxima del pulso clásico y A^{effect} es el área transversal de los haces.

Considerando la evolución de un operador \hat{O}_i , dado por $\hat{U} \hat{O}_i \hat{U}^\dagger$, con \hat{O}_i en este contexto igual a \hat{A}_i ó \hat{C}_i , y con la relación de conmutación BCH (Baker –Campbell –Hausdorff), y el hecho que operadores del tipo \hat{A} y \hat{C} tienen relaciones de conmutación usuales a operadores de campo bosónicos. El operador evolucionado que sale de la interacción no lineal, con el súper índice *sal*, puede ser definido por los operadores de ingreso, de súper índice *in*, por la relación [15]

$$\hat{A}_j^{sal} = \cos(\theta_j)\hat{A}_j^{in} + \sin(\theta_j)\hat{C}_j^{in} \quad (4.44)$$

$$\hat{C}_j^{sal} = \cos(\theta_j)\hat{C}_j^{in} - \sin(\theta_j)\hat{A}_j^{in}. \quad (4.45)$$

Desde las ecuaciones para los campos modales (4.44) y (4.45), se puede notar que para un proceso donde inicialmente el operador de campo \hat{C}_j^{in} , formados modalmente por los operadores de campo $\hat{c}(\omega_3)$, tiene un valor de expectación igual a cero, que clásicamente corresponde a la ausencia de luz con frecuencia ω_3 como la suma de las frecuencias iniciales, puede ser reemplazado matemáticamente por el operador de destrucción y creación del vacío \hat{V}_j^{in} , $\hat{V}_j^{\dagger, in}$ respectivamente, modificando las ecuaciones de evolución como,

$$\hat{A}_j^{sal} = \cos(\theta_j)\hat{A}_j^{in} + \sin(\theta_j)\hat{V}_j^{in} \quad (4.46)$$

$$\hat{C}_j^{sal} = \cos(\theta_j)\hat{V}_j^{in} - \sin(\theta_j)\hat{A}_j^{in} \quad (4.47)$$

Estadísticamente por ende, para bajas tasas de conversión $\theta_j = \varepsilon_j \ll 1$, el operador \hat{C}_j^{sal} es principalmente coherente, dada la estadística del vacío (entendida físicamente, si se desea, dada la baja eficiencia en la conversión de manera similar a un filtraje como se comenta para la ecuación (3.23), produciendo una convolución con una gaussiana simulando pérdidas), pero conteniendo clásicamente información sobre la forma de interacción de dos pulsos. Y el operador \hat{A}_j^{sal} conserva la estadística de los operadores \hat{A}_j^{in} , y de hecho sus valores de expectación son básicamente los mismos, que es el rango usual en el cual se aplica FROG, donde existen mediciones del espectrograma, y las intensidades espectrales de los trenes de pulso a caracterizar sin variaciones tras el proceso no lineal [16]. Sin embargo, incrementando la tasa de conversión sin salir de la aproximación para la generación de un espectrograma vía estas mezclas no lineales, vale decir, $\theta_j^3 \approx 0$, que surge desde un análisis al realizar

las series de Taylor para el seno y coseno y la consideración de muy baja conversión en FROG, es posible considerar conformación de espectrogramas bien definidos, sin agregar términos extras a los espectrogramas usuales, obteniendo pérdidas en la intensidad espectral del pulso a caracterizar, y consecuentemente cambios en la estadística, que será el límite en el cual se cumple la condición para reconocer la estructura cuántica interna de pulsos utilizando el lineamiento expuesto vía FROG.

4.4.4 FROG, perspectiva cuántica

Para la generación de espectrogramas, y consecuente campo de FROG, es requerido teóricamente la interacción no lineal de dos trenes pulsos en un continuo de tiempo de retardos relativos entre ellos, de manera que las ecuaciones (4.44) y (4.45) deben ser indexadas, valga la redundancia, por un tiempo de retardo relativo τ , reescribiéndose las ecuaciones como,

$$\hat{A}_{j,\tau}^{sal} = \cos(\theta_{j,\tau})\hat{A}_{j,\tau}^{in} + \sin(\theta_{j,\tau})\hat{C}_{j,\tau}^{in} \quad (4.48)$$

$$\hat{C}_{j,\tau}^{sal} = \cos(\theta_{j,\tau})\hat{C}_{j,\tau}^{in} - \sin(\theta_{j,\tau})\hat{A}_{j,\tau}^{in} \quad (4.49)$$

Matemáticamente este retardo relativo cambia la forma de los modos, dado que el campo clásico $\alpha(\omega_3 - \omega_1)$, desde donde se definen los modos, pasa a ser un campo con desplazamiento temporal $\alpha(\omega_3 - \omega_1)\exp(i(\omega_3 - \omega_1)\tau)$, provocando una descomposición modal distinta, siguiendo (4.37) y (4.38) con,

$$J(\omega_1, \omega_3, \tau) = B\alpha(\omega_3 - \omega_1)\exp(i(\omega_3 - \omega_1)\tau)\Phi(\omega_1, \omega_3). \quad (4.50)$$

Luego si se considera la descomposición modal para τ_1 y τ_2 en los campos de salida \hat{A} , quedará

$$\hat{A}_{j,\tau_1}^{sal} = \cos(\theta_{j,\tau_1})\hat{A}_{j,\tau_1}^{in} + \sin(\theta_{j,\tau_1})\hat{C}_{j,\tau_1}^{in} \quad (4.51)$$

$$\hat{A}_{j,\tau_2}^{sal} = \cos(\theta_{j,\tau_2})\hat{A}_{j,\tau_2}^{in} + \sin(\theta_{j,\tau_2})\hat{C}_{j,\tau_2}^{in} \quad (4.52)$$

Sin embargo, es posible describir ambas descomposiciones utilizando los mismos modos, dada la completitud y ortonormalidad de las funciones en la descomposición de Schmidt (4.37), de manera que es posible tener una matriz de coeficientes $B_{j,i}$, tal que,

$$\hat{A}_{j,\tau_2}^{sal} = \sum_i B_{i,j}(\tau_2, \tau_1) \left[\cos(\theta_{i,\tau_2}) \hat{A}_{i,\tau_1}^{in} + \sin(\theta_{i,\tau_2}) \hat{C}_{i,\tau_1}^{in} \right] \quad (4.53)$$

Ó de manera matemáticamente equivalente, dado que $B_{i,j}(\tau_2, \tau_1)$ es invertible,

$$\hat{A}_{i,\tau_2}^{sal} = \cos(\theta_{i,\tau_2}) \hat{A}_{i,\tau_1}^{in} + \sin(\theta_{i,\tau_2}) \hat{C}_{i,\tau_1}^{in} \quad (4.54)$$

de manera que, y como se espera desde la arquitectura de un espectrograma y campo de FROG, para distintos τ , distintos son los coeficientes de conversión para distintos modos; cada línea es diferente, y por ende, distintas son las conversiones para cada modo en función de cada τ en un pulso, y diferentes las estadísticas medibles para cada campo de salida. Estas eficiencias de conversión en función de τ , son además relativas desde un tiempo de retardo considerado absoluto, pudiéndose de esta manera ser definidos nuevos τ' s, tal que $\tau'_1 = 0$ y $\tau'_2 = \tau_2 - \tau_1$. Bajo esta consideración, y dada la “diferenciabilidad matemática” de los espectrogramas, los coeficientes de conversión en función de τ deben ser también funciones diferenciables, vale decir, suaves y continuas en esta variable.

Una manera de interpretar la estructura matemática de los modos, es la de proyección de un campo sobre una base del tipo $|a\rangle = \sum_i |i\rangle \langle i| |a\rangle$, luego, siguiendo esta analogía, un campo pulsado estará dado por

$$\hat{a}(\omega_1) = \sum_j \phi_j^*(\omega_1) \int \phi_j(\omega'_1) \hat{a}(\omega'_1) d\omega'_1 \quad (4.55)$$

donde reemplazando la definición de la estructura modal, quedará

$$\hat{a}(\omega_1) = \sum_j \phi_j^*(\omega_1) \hat{A}_j \quad (4.56)$$

ó, realizando una transformación de Fourier en ambos lados de la ecuación, quedará salvo constantes,

$$\hat{E}(t) = \sum_j \tilde{\phi}_j^*(t) \hat{A}_j \quad (4.57)$$

y que tiene idéntica interpretación al caso de un campo pulsado considerado clásico, $\hat{a}(\omega_1) \rightarrow \beta(\omega_1)$,

$$\beta(\omega_1) = \sum_j \phi_j^*(\omega_1) \int \phi_j(\omega'_1) \beta(\omega'_1) d\omega'_1 = \sum_j \phi_j^*(\omega_1) c_j \quad (4.58)$$

con c_j una constante, en una igual que matemáticamente puede ser también derivada, independiente de la naturaleza operacional o funcional del objeto, desde $a(\omega_1) = \int \delta(\omega_2 - \omega_1) a(\omega_2) d\omega_2$, con $\delta(\omega_2 - \omega_1)$ proveniente desde (4.23). Y donde la ecuación (4.58) es posible de convertir al espacio recíproco, considerando $E(t)$ la transformada de Fourier de $\beta(\omega_1)$, omitiendo constantes,

$$E(t) = \sum_j c_j \tilde{\phi}_j^*(t) \quad (4.59)$$

De manera que la caracterización de las propiedades estadística de los modos, permite la determinación de las propiedades estadísticas de los pulsos, en subdivisiones temporales y/o espectrales, lográndose por ende una reconstrucción en cualquier dominio, a diferencia de los montajes y propuestas mostrados en la sección (4.3.2), por lo que la obtención de estas propiedades estadísticas de los modos será el centro de atención de ahora en adelante.

Resulta evidente sin embargo en (4.56), que la descomposición modal no es única, distintas bases, algunas naturales al problema como en (4.51) y (4.52), descompondrán el pulso de distinta manera, en una ambigüedad seguida de las ambigüedades triviales de FROG dada la incapacidad física de determinar tiempos físicamente absolutos, permitiendo poder escoger descomposiciones ventajosas.

Considerando el hecho en general correcto, que para un espectrograma, ó campo de FROG, en un análisis considerando $\hat{a}(\omega_1) \rightarrow \beta(\omega_1)$, permite determinar sin ambigüedad (salvo ambigüedades intrínsecas como el artefacto coherente [19] y ambigüedades triviales), las funciones $\beta(\omega)$, $\alpha(\omega)$, pulso clásico, y consigo los coeficientes de conversión (de conocer las variables físicas de las cuales depende θ_j), y la descomposición modal, en forma operacional como (4.56), ó en forma de funciones

como en (4.58) de ambos pulsos, cuántico y clásico para todo tiempo relativo de retardo. Una elección ventajosa de la descomposición modal de pulsos puede ser escogida desde el estudio del espectrograma, a través de escoger la descomposición modal tal que reduzca el número de modos convertidos con alta eficiencia de conversión, de manera que sólo considerando estos modos la estructura espectral y temporal sea similar a la del pulso original. Vale decir, si se dispone de un número bajo de modos (N_p) tal que la ecuación (4.58) quede

$$\beta(\omega_1) \approx \sum_j^{N_p} \phi_j^*(\omega_1) c_j \quad (4.60)$$

se simplifica la cantidad de modos a caracterizar, y por ende discriminar, manteniendo prácticamente la información del pulso, dada la similitud de la forma, y por tanto de su estado cuántico interno. En este sentido si se agrega la condición que $\kappa_{j,\tau(Max,j)}$ (la eficiencia de conversión dependiente de τ máxima para los j de la ecuación (4.60)) sea alta, permitirá determinar aproximadamente el estado cuántico del pulso, dado el hecho que las funciones $\kappa_{j,\tau}$ varían continuamente, y de distinta manera para cada j , desde un valor máximo relativamente alto hasta un valor cercano o igual a cero, sin conversión, permitiendo discriminar todos los modos importantes para el pulso, y su estadística en una detección por ejemplo homodina; a diferencia de un modo que no sufre una alta conversión pudiendo ser para la detección casi constante en τ y en consecuencia invisible en la discriminación. Una elección de bases para la descomposición modal coherente con las condiciones, es considerando la base natural al τ con la intensidad de FROG dependiente de τ que hace máximo $\int I_{FROG}(\omega_3, \tau) d\omega_3$. Para un pulso a ser estudiado, con igual forma clásica al pulso clásico adicional, permite inmediatamente cumplir con ambas condiciones, dado el hecho que la descomposición modal clásica (4.58) tendrá para retardo relativo igual a cero, c_j igual a los coeficientes de conversión, de manera que el truncamiento de modos y la consideración de alta conversión es idéntica y dependiente del nivel de precisión deseado. Con este fin, una propuesta de interés para determinar el nivel

de confiabilidad del truncamiento de modos en pulsos iguales o diferentes puede ser a través de un error de FROG entre el espectrograma experimental, y un espectrograma reconstruido con una cierta cantidad de modos considerados, eliminando las intensidades bajas altamente susceptibles a ruidos de medición clásicos.

De esta manera, una vez definida una base, que se indexará como $\tau = 0$, y un conjunto de modos relevantes, la descomposición del pulso señal antes de interactuar, o ingresante, demarcado por el súperíndice in , en el medio no lineal, siguiendo la ecuación (4.56), quedará

$$\hat{a}(\omega_1) = \sum_j^{N_p} \phi_{j,\tau=0}^*(\omega_1) \hat{A}_{j,\tau=0}^{in} \quad (4.61)$$

Lo que implica que para una interacción entre dos pulsos mediada por un medio no lineal, con un tiempo de retardo relativo $\tau = T$ en un proceso de SFG, modificará el campo ingresante $\hat{a}(\omega_1, 0)$, donde el segundo término es un parámetro de evolución, convirtiéndolo en un campo saliente $\hat{a}'(\omega_1, T)$ descrito como

$$\hat{a}'(\omega_1, T) = \hat{U}_{\tau=T} \hat{a}(\omega_1, 0) \hat{U}_{\tau=T}^\dagger \quad (4.62)$$

que siendo consecuentes con (4.54), resultará, en un resultado del tipo,

$$\hat{a}'(\omega_1, T) = \sum_j^{N_p} \phi_{j,\tau=0}^*(\omega_1) \sum_i B_{i,j}(T) \left[\cos(\theta_{i,\tau=T}) \hat{A}_{i,\tau=0}^{in} + \sin(\theta_{i,\tau=T}) \hat{C}_{i,\tau=0}^{in} \right] \quad (4.63)$$

generando, bajo el límite $\theta_j^3 \approx 0$ y θ_j^2 finito, pulsos diferentes, en forma y estadísticamente, dada la inclusión del vacío, dependientes de cada interacción indexadas por T , y plenamente caracterizables desde el espectrograma, reconociendo los coeficientes de conversión y funciones modales $\phi_{j,\tau=0}$.

4.4.5 Caracterización del estado cuántico usando FROG

Para generar una caracterización del estado cuántico de un campo eléctrico señal, es necesario incorporar una mezcla interferométrica de un campo centrado en la

misma frecuencia pero con una fase bien definida, considerable clásico (la fluctuación cuántica debe ser despreciable ante la intensidad del campo). En un montaje como en la Figura 4.7, ingresando con la señal modificada $\hat{a}'(\omega_1, T)$, el campo a caracterizar perturbado en un proceso de SFG, a uno de los canales de un divisor de haces, descrita en el tiempo por,

$$\hat{a}'(t, T) = \sum_j^{N_p} \tilde{\phi}_{j,\tau=0}^*(t) \sum_i B_{i,j}(T) \left[\cos(\theta_{i,\tau=T}) \hat{A}_{i,\tau=0}^{in} + \sin(\theta_{i,\tau=T}) \hat{C}_{i,\tau=0}^{in} \right] \quad (4.64)$$

y en otro canal con un campo pulsado clásico $\gamma(t)$ a modo de oscilador local en una detección, descompuesto en la misma base que el pulso señal como,

$$\gamma(t) = \sum_j c_j \tilde{\phi}_{j,\tau=0}^*(t) \quad (4.65)$$

con $c_j = |c_j| \exp(i\xi_j)$, generan en la detección homodina, un operador de la diferencia de la detección de los detectores con tiempos de integración mucho mayores a los de duración de los pulsos, haciendo uso de (4.22), se tiene un operador $N_{12}(T)$, donde la dependencia de T es debido a que diferentes retardos relativos en el medio no lineal, implicarán distintos estados medidos, donde considerando la ortonormalidad de las funciones que conforman la base para la conformación de modos, quedará descrita como

$$\hat{N}_{12}(T) \approx \sum_i^{N_p} |c_i| \left\{ \exp(-i\xi_i) \sum_j B_{i,j}(T) \left[\cos(\theta_{j,\tau=T}) \hat{A}_{j,\tau=0}^{in} + \sin(\theta_{j,\tau=T}) \hat{C}_{j,\tau=0}^{in} \right] + h.c. \right\} \quad (4.66)$$

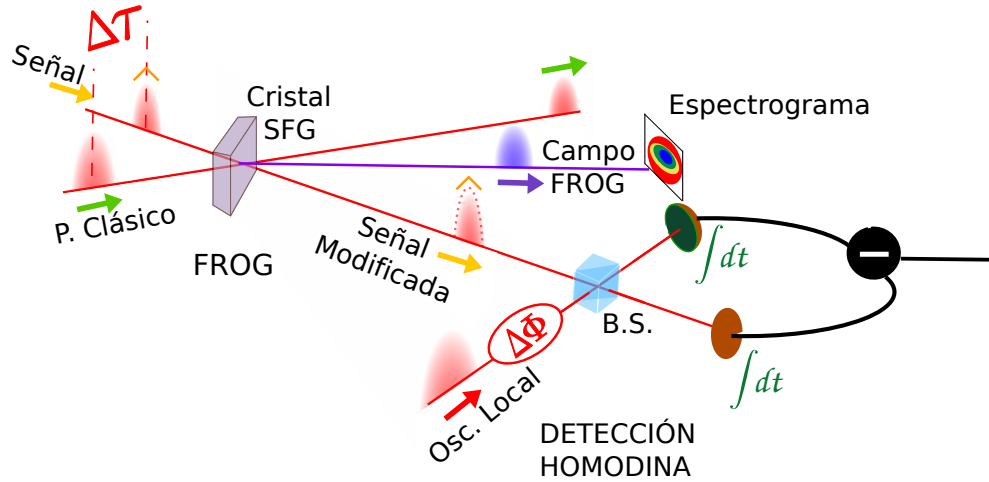


Figura 4.7: Montaje experimental propuesto para utilizar la estructura matemática modal que modelan la pérdida de energía en el proceso no lineal SFG, generando una señal modificada, para un cierto retardo relativo $\Delta\tau$ entre el pulso señal, cuánticamente interesante, y un pulso clásico, donde este retardo relativo debe ser variado de forma constante y lineal para la generación de un espectrograma a través del campo de FROG. Cada una de estas señales modificadas por distintos $\Delta\tau$ (que para la descripción teórica del método será igual a T) deben ser caracterizadas a través de una detección homodina pulsada, variando la fase relativa $\Delta\Phi$ entre ambos pulsos (determinada a través de la frecuencia central igual entre los pulsos), el oscilador local y la señal modificada.

De manera que resulta conveniente imponer la condición de coincidencia entre los modos importantes del campo $\hat{a}'(t, T)$ y $\gamma(t)$, de manera que un buen candidato para este nuevo campo clásico $\gamma(t)$, es un campo clásico similar a $\alpha(\omega)$, del cual ya se sabe su descomposición y coincidencia con el pulso a caracterizar a través de FROG, pudiéndose escoger un retardo relativo en el divisor de haz tal que maximice el acoplamiento, y por ende se pueda reconstruir certeramente el pulso señal, ó una réplica del pulso $\hat{a}(\omega_1)$ pero clásico, intenso y coherente, $\beta(\omega_1)$, que tiene perfecta superposición con la señal y la aproximación de pocos modos. Quedando un operador de cuadratura $\hat{X}(T)$, considerando el hecho que \hat{C}^{in} son estados coherentes de vacío

$$\hat{v} \quad \hat{X}(T) = \sum_i^{N_p} \hat{x}_i \left[\sum_j B_{i,j}(T) |c_j| \cos(\theta_{i,\tau=T}) e^{i\xi_j} \right] + \hat{x}_{i,vac} \left[\sum_j B_{i,j}(T) |c_j| \sin(\theta_{i,\tau=T}) e^{i\xi_j} \right] \quad (4.67)$$

con $\hat{x}_j(d_j) = d_j \hat{A}_j + d_j^* \hat{A}_j^\dagger$, cuadratura por modo y $\hat{x}_{j,vac}(d_j) = d_j \hat{V}_j + d_j^* \hat{V}_j^\dagger$.

De esta manera, haciendo uso de la ecuación (4.19), al ser invertida de manera tal de calcular $P(\{\alpha_j\}; s)$, que es la representación generalizada de la matriz densidad del pulso separada en los modos de Schmidt, con $\{\alpha_j\}$ referenciando el argumento de la cuadratura, en función de las probabilidades $p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\})$, se deben tomar dos consideraciones; la primera es el hecho que las cuadraturas están en función del parámetro T , que hace referencia al retardo relativo de los pulsos en el medio no lineal, de manera que el conjunto de probabilidades distintas, distintos $(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\})$, estarán dados por este parámetro, de manera que es requerida una detección homodina para cada tiempo de retardo relativo. La segunda consideración, es el hecho que la inclusión de vacío generado en el proceso no lineal como cuadratura en la ecuación (4.67), es equivalente, dado que el vacío es en este caso un estado de vacío coherente, a considerar un campo sin vacío hasta el divisor de haces del detector homodino, y ante poner un divisor de haces de cierto radio de transmisión-reflexión conocido por los coeficientes de conversión, frente a cada detector, que es equivalente a su vez, a considerar un efecto de ineficiencia de detección [17]. De esta manera las probabilidades obtenidas por el método deben pasar por un procesamiento matemático que elimine los efectos de la ineficiencia propia del detector y de la inclusión de vacío para todas las cuadraturas, por medio de un factor de eficiencia efectiva por modo para cada T , implícito en la dependencia de θ que define a las cuadraturas, y respectivos autovalores. Esto queda representado, dada la forma en que se realiza la medición, en autovalores en función de T , $F_j(T)$, al igual que en una eficiencia efectiva $\eta_{i,ef}(T)$. Este proceso matemático que reobtiene la información del objeto, eliminando el efecto de ineficiencia, puede ser obtenido generalizando de manera simple el usual mostrado en [18], desde el hecho que para un operador que describe la fotodetección es nece-

sario que sea función del operador de número, y esencialmente es necesario describir el operador de número distinguiendo los modos para la generación de operadores distintos, de manera que cada modo aportará de manera independiente, generándose así una función de convolución multidimensional (generalizando la usual), como,

$$p(\{F_j(T)\}, \{\phi_{F_j(T)}\}; \{\eta_{j,ef}(T)\}) = \int df_1 \dots \int df_{N_p} p(\{f_j\}, \{\phi_{F_j(T)}\}) q(\{F_j(T) - f_j\}, \{\eta_{j,ef}(T)\}) \quad (4.68)$$

con

$$q(\{F_j(T) - f_j\}; \{\eta_{j,ef}(f_j)\}) = \prod_{j=1}^{N_p} \sqrt{\frac{\eta_{j,ef}(f_j)}{\pi(1 - \eta_{j,ef}(T))}} \exp\left(\frac{\eta_{j,ef}(f_j) \cdot (F_j(T) - f_j)^2}{1 - \eta_{j,ef}(f_j)}\right) \quad (4.69)$$

donde $p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}; \{\eta_{j,ef}\})$, omitiéndose de aquí en adelante la dependencia de T , es la probabilidad de eficiencia no perfecta, y $p(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\})$ es la probabilidad con eficiencia perfecta, de forma que es necesario invertir la relación. Esta forma de limpiar el efecto de la ineficiencia puede no ser la más óptima, y se propone para trabajo futuro pensar una forma simplificada del método en su análisis.

De la primera consideración, considerando el parámetro T como índice para distintos miembros del conjunto de $\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}$, además de la forma de los pulsos, resulta evidente que no es simple la distinguibilidad de modos, pero al menos es asegurar una aproximación del estado cuántico interno del mismo orden que la proposición de Opatrný et al. [9] utilizando sólo un divisor de haces y un pulso oscilador local de similar ancho espectral, para evitar sobre complicaciones experimentales. Sin embargo, y como se abordó a lo largo de la sección (4.3.2), con la ventaja ahora, gracias a una descomposición modal natural, en este caso de la interacción no lineal, de poder describir este pulso en el dominio espectral y temporal sin ambigüedad, en un procedimiento describible como; considerando que el estado cuántico está completamente definido por $tr(\hat{\rho}\hat{D}(\{F_j\}, \{\phi_{F_j}\}))$, que se conecta de manera simple e invertible con cualquier representación obtenida por el método, donde este operador

desplazamiento está ligado a los campos \hat{A}_i , pero con posibilidad de escribirlos ligados a los campos $\hat{a}(\omega)$ (ó $\hat{E}(t)$) de una manera biunívoca a través de las relaciones (4.22), (4.23) y la definición (4.24), de manera que fijando ω (o t) por ejemplo, con $\phi_j^*(\omega)$ ($\tilde{\phi}_j^*(t)$), las funciones ortonormales que definen los modos,

$$tr \left(exp \left(id \hat{a}(\omega) - id^* \hat{a}^\dagger(\omega) \right) \hat{\rho} \right) = tr \left(exp \left(id \sum_j \phi_j^*(\omega) \hat{A}_j - id^* \sum_j \phi_j(\omega) \hat{A}_j^\dagger \right) \hat{\rho} \right) \quad (4.70)$$

Por lo que

$$tr \left(exp \left(id \hat{a}(\omega) - id^* \hat{a}^\dagger(\omega) \right) \hat{\rho} \right) = \langle \hat{D}(\{|d\phi_j^*(\omega)|\}, \{\Phi(id\phi_j^*(\omega))\}) \rangle \quad (4.71)$$

donde $\Phi(id\phi_j^*(\omega))$ es la función de fase de la función $id\phi_j^*(\omega)$ para un ω particular, y equivalentemente se puede hacer en la otra dirección, tanto para campos particulares como para correlaciones. Es posible notar que lo único utilizado para acceder a la estadística espectral son las relaciones y definiciones de los modos, también definibles en el dominio temporal a través de transformadas de Fourier sin ambigüedad, cambiando las funciones participantes en (4.70) y (4.71) por las propuestas en los paréntesis, dados que los productos de funciones no están definidos por la base, $\langle x|y \rangle = \sum_i \langle x|i \rangle \langle i|y \rangle = \sum_j \langle x|j \rangle \langle j|y \rangle$, de manera que quedan descritas todas las propiedades en cualquier dominio. Este enfoque requiere naturalmente de una caracterización de todos los modos, pero dado que sólo hay un conjunto finito de modos relevantes en la estructura cuántica interna, los modos restantes pueden ser considerados coherentes y con intensidad cero.

4.4.6 Conclusiones del capítulo:

Se ha propuesto una metodología para determinar el estado cuántico interno, para pulsos sobre 10 fs, en cualquier dominio, temporal o espectral, a través de la posibilidad que entrega el esquema de reconstrucción clásico de pulsos FROG, con un

espectrograma, ó campo de FROG, para reconocer estados modales naturales a un sistema de interacción no-lineal, que simplifican el proceso de determinar el campo luego de la pérdida de energía en la interacción propiamente tal, en mecanismos de baja pero notoria tasa de conversión $\theta_j^3 \approx 0$ y θ_j^2 finito, generándose así un método autoconsistente que permite acceder a la reconstrucción de la estructura clásica y cuántica de un pulso, a través de la simultánea detección de un espectrograma, y una seguidilla de detecciones homodinas para distintos tiempos de retardo relativo entre el pulso clásico y el pulso señal en el medio no lineal. Esta metodología sin ser estudiada en tanta profundidad, aparentemente tiene idénticas limitaciones a la técnica de mayor efectividad propuesta, aplicable en un laboratorio, en la caracterización del estado cuántico interno, pero permite extender esta caracterización a cualquier dominio y con cualquier clase de pulso, y además no siendo necesaria la imposición sobre el pulso a caracterizar, que esté en el límite de Fourier. Idéntico enfoque puede ser utilizado para determinar las características del sistema que genera los pulsos, en idéntico principio a [11], de manera que se puede ampliar la teoría para efectos como el “Coherent Artefact” [19], al tener mediciones de ruido directos en la detección homodina, y el espectrograma sin reconstrucción posible.

Referencias del Capítulo:

- [1] Hannaford P 2006 *Femtosecond Laser Spectroscopy* (Boston, MA: Springer)
- [2] M. Raymer, J. Cooper, H. Carmichael, M. Beck, D. Smithey 1995, Ultrafast measurement of optical-field statistics by dc-balanced homodyne detection, *J. Opt. Am. B* 12 10 1801-1812.
- [3] M. G. Raymer and M. Beck, “Experimental quantum state tomography of optical fields and ultrafast statistical sampling” in *Quantum State Estimation*, Vol. 649, edited by M. G. A. Paris and J. Rehacek (Springer-Verlag, Berlin, 2004), pp. 235-295.
- [4] P. Kumar 1990, Quantum frequency conversion, *Opt. Lett.* 15 24 1476-1478
- [5] T. Opatrny, D. Welsch and W. Vogel 1997, Homodyne detection for measuring internal quantum correlations of optical pulses, *Phys. Rev. A* 55 2 1416-1422.
- [6] H. Kühn, D. Welsch and W. Vogel 1995, Reconstruction of the quantum state of multimode light, *Phys. Rev. A* 51 5 4240-4249
- [7] T. Opatrny, D. Welsch and W. Vogel 1997, Multi-mode density matrices of light via amplitude and phase control, *Opt. Comm.* 134 112-116
- [8] A. Ferraro, S. Olivares and M. Paris 2005, *Gaussian states in quantum information*, (Bibliopolis, Napoli, 2005)

- [9] S. Spalter, N. Korolkova, F. König, A. Sizmann and G. Leuchs 1998, Observation of Multimode Quantum Correlations in Fiber Optical Solitons, *Phys. Rev. Lett.* 0031-9007
- [10] T. Opatrný, N. Korolkova and G. Leuchs 2002, Mode structure and photon number correlations in squeezed quantum pulses, *Phys. Rev. A* 55 053813
- [11] R. Schmeissner, J. Roslund, C. Fabre and N. Treps 2014, Spectral Noise Correlations of a Frequency Comb, *Phys. Rev. Lett.* 113 263906.
- [12] B. Seifert, R. Wheatley, R. Rojas-Aedo, S. Wallentowitz, U. Volkmann, K. Sperlich and H. Stolz 2016, *J. Opt.* 18, 105502
- [13] A. Christ, B. Brecht, W. Maurer and Christine Silberhorn 2013, Theory of quantum frequency conversion and type-II parametric down-conversion in the high-gain regime, *New Journal of Physics* 15 053038
- [14] R. Boyd 2003, *Nonlinear Optics*, second edition (Academic Press, San Diego, 2003)
- [15] B. Brecht, A. Eckstein, A. Christ, H. Suche and C. Silberhorn 2011, From quantum pulse gate to quantum pulse shaper- engineered frequency conversion in nonlinear optical waveguides, *New Journal of Physics* 13 065029
- [16] D. Reid, P. Loza-Alvarez, C. Brown, T. Beddard and W. Sibbett 2000 Amplitude and phase measurement of mid-infrared femtosecond pulses by using cross-correlation frequency-resolved optical gating *Opt. Lett.* 25 1478–80
- [17] D. Welsch, W. Vogel and T. Opatrný 1999, Homodyne Detection and Quantum State Reconstruction, *Progress in Optics*, Vol. XXXIX, ed. E. Wolf (Elsevier, Amsterdam, 1999), p. 63–211
- [18] W. Vogel and J. Grabow 1993, Statistics of difference events in homodyne detection, *Phys. Rev. A* 47 5 4227-4235

- [19] J. Ratner, G. Steinmeyer, T. Wong, R. Bartels, and R. Trebino 2012, Coherent artifact in modern pulse measurements, *Opt. Lett.* 37, 2874-2876